

Aproximación del corte GZK

Humberto Martínez

Abril 2011

El corte GZK fue calculado por primera vez en 1996 por Kenneth Greisen, Vadim Kuz'min y Georgiy Zatsepin [1, 2], analizando las interacciones entre rayos c3smicos y fotones de radiaci3n c3smica de fondo (CMB, por sus siglas en ingl3s). Se predijo entonces que los rayos c3smicos con energías arriba de cierto umbral debían interactuar con la radiaci3n de fondo para producir piones, por ejemplo

$$\gamma_{CMB} + p \rightarrow p + \pi_0 \quad (1)$$

$$\gamma_{CMB} + p \rightarrow n + \pi^+ \quad (2)$$

A continuaci3n se muestra el c3lculo de la energía de umbral o energía m3nima para que un rayo c3smico al interactuar con un γ_{CMB} produzca un pi3n neutro.

Sea P^μ , el cuadvivector contravariante de energía momento, con entradas (E, \vec{p}) , con $c = 1$ y $E^2 = m^2 + \vec{p}^2$, la energía relativista de una partícula.

Recordemos que $P_\mu P^\mu$ es un invariante de Lorentz, esto es que no cambia con el sistema de referencia.

Ahora, sean las cantidades marcadas con γ aquellas asignadas a un fot3n CMB, p_i las del prot3n incidente, y similarmente aquellas con p_f denotar3n las del prot3n despu3s de la interacci3n y p_π las del pi3n neutro resultante.

Por conservaci3n de la energía-momento:

$$P^\mu_{inicial} = P^\mu_{final} \quad (3)$$

de donde, en el centro de masa se tiene que

$$\vec{p}_{p_i} + \vec{p}_\gamma = 0 = \vec{p}_{p_f} + \vec{p}_\pi \quad (4)$$

$$E_{p_i} + E_\gamma = E_{p_f} + E_\pi \quad (5)$$

N3tese que la energía m3nima que puede tener el pi3n neutro, suceder3 cuando $\vec{p}_\pi = 0$, esto es

$$(E_\pi^2)_{min} = p^2 + m_\pi^2 = m_\pi^2 \quad (6)$$

luego, de 5 y el resultado anterior

$$(E_{p_i} + E_\gamma)_{min} = (E_{p_f} + E_\pi)_{min} = m_p + m_\pi \quad (7)$$

El invariante en el centro de masa (**CM**) ser3 entonces

$$(P_\mu P^\mu)_{CM} = (P_{p_i}^\mu + P_\gamma^\mu)_{min}^2 = (E_{p_i} + E_\gamma)_{min}^2 - (\vec{p}_{p_i} + \vec{p}_\gamma)_{min}^2 = (m_p + m_\pi)^2 \quad (8)$$

Mientras que para el sistema laboratorio

$$(P_\mu P^\mu)_{lab} = (E_{p_i} + E_\gamma)_{lab}^2 - (\vec{p}_{p_i} + \vec{p}_\gamma)_{lab}^2 = (E_{p_i}^2 + E_\gamma^2 + 2E_{p_i}E_\gamma - \vec{p}_{p_i}^2 - \vec{p}_\gamma^2 - 2\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma)_{lab} \quad (9)$$

Igualando invariantes, 9 y 8,

$$(E_{p_i}^2 + E_\gamma^2 + 2E_{p_i}E_\gamma - \vec{p}_{p_i}^2 - \vec{p}_\gamma^2 - 2\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma)_{lab} = (m_p + m_\pi)_{CM}^2 \quad (10)$$

entendiendo que la masa en reposo es un invariante de Lorentz, se omitir3 el sub3ndice CM para las masas. Ahora, usando

$$E_{p_i}^2 = m_{p_i}^2 + \vec{p}_{p_i}^2$$

y considerando que $m_\gamma = 0$, entonces

$$E_\gamma^2 = \vec{p}_\gamma^2.$$

De modo que 10 se reduce a

$$(2E_{p_i}E_\gamma - 2\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma)_{lab} = (2m_\pi m_p + m_\pi^2), \quad (11)$$

donde

$$\vec{p}_{p_i} \cdot \vec{p}_\gamma = E_\gamma \sqrt{E_{p_i}^2 + m_p^2} \cos \theta \quad (12)$$

siendo θ el ángulo de colisión desde el sistema laboratorio.

Consideremos $E_{p_i} \gg m_p^2$, luego $\sqrt{E_{p_i}^2 + m_p^2} \approx E_{p_i}$, entonces reescribiendo 11,

$$[2E_{p_i}E_\gamma(1 - \cos \theta)]_{lab} \approx (2m_\pi m_p + m_\pi^2). \quad (13)$$

Nótese, que todas las masas en 13 son las masas en reposo y que las energías están medidas desde el sistema laboratorio, de modo que en lo siguiente nos referiremos a las energías sin subíndices como aquellas medidas desde el sistema laboratorio.

Despejando para E_{p_i} ,

$$E_{p_i} \approx \frac{m_\pi(2m_p + m_\pi)}{2E_\gamma(1 - \cos \theta)}. \quad (14)$$

De 14, notamos que E_{p_i} será mínima cuando $\cos \theta = -1$, esto es

$$(E_{p_i})_{min} \approx \frac{m_\pi(2m_p + m_\pi)}{4E_\gamma}. \quad (15)$$

Finalmente sustituyendo:

$$(E_\gamma)_{mean} \simeq 3k_B T = 7.05 \times 10^{-4} eV [3] \approx 1 \times 10^{-3},$$

$$m_\pi = 134.98 \times 10^6 eV$$

y

$$m_p = 938.27 \times 10^6 eV [4],$$

se encuentra que

$$(E_{p_i})_{min} \approx 6.79 \times 10^{19} eV. \quad (16)$$

Este resultado es la energía mínima necesaria para la producción de un pión a partir de un rayo cósmico p al interactuar con un γ_{CMB} . Esta energía de umbral predice que no habrá rayos cósmicos extragalácticos llegando a la Tierra provenientes de mas allá de 50Mpc, a esta distancia se le conoce como horizonte GZK.

El Observatorio Pierre Auger ha comprobado que a energías alrededor de $4 \times 10^{19} eV$ existe una supresión del flujo de rayos cósmicos ultra energéticos, que es compatible con el efecto GZK, como se aprecia en la figura 1[5], aunque también se considera que en parte esta supresión podría estar relacionada con un cambio en la forma del espectro de inyección promedio de las fuentes.[5]

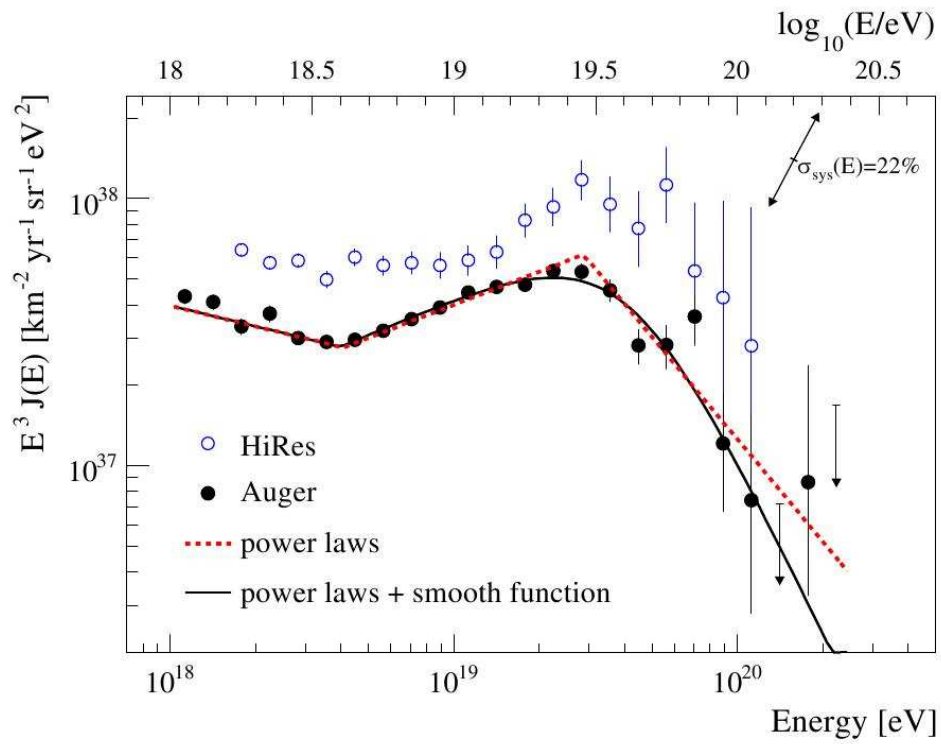


Figure 1: Se muestra la comparación de los datos encontrados por HiRes [6] con los del Observatorio Pierre Auger [7]. También se muestra el espectro de energía con dos ajustes. La incertidumbre sistemática del flujo está escalada a E^3 debido a las incertidumbres de la escala de energía a 22%. [5]

References

- [1] “End to the Cosmic-Ray Spectrum?”. Greisen, Kenneth (1966). Physical Review Letters 16 (17): 748-750.
- [2] “Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays”. Zatsepin, G. T.; Kuz'min, V. A. (1966). Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters 4: 78-80.
- [3] “An Introduction to Modern Cosmology”. Andrew Liddle. WILEY 2003
- [4] PDG website: http://pdg.lbl.gov/2010/tables/contents_tables.html”
- [5] “Measurement of the energy spectrum of cosmic rays above 10^{18} eV using the Pierre Auger Observatory”. The Pierre Auger Collaboration (February 2010). arXiv:1002.1975.
- [6] R. U. Abbasi et al. (HiRes Collab.), Astropart. Phys. 32 (2009) 53-60.
- [7] website: “http://www.auger.org/combined_spectrum_icrc09.txt”