

Examen Mecánica Clásica

Primavera 2010

Dr. Alfredo Cruz Orea

1. a) La ecuación diferencial que describe el movimiento de un oscilador armónico amortiguado unidimensional es:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$\text{con: } 2\gamma = \beta/m, \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

donde: m = masa del oscilador
 k = constante del resorte
 β = coeficiente de amortiguamiento

Resuelva esta ecuación de movimiento y en base a las posibles soluciones mencione que tipos de movimientos se pueden presentar.

- b) En el caso del movimiento oscilatorio amortiguado, demuestre que la diferencia de tiempo entre dos máximos sucesivos (período) está dado por:

$$T = 4\pi m / [(4km - \beta^2)^{1/2}]$$

2. Encuentre la Lagrangiana que describe el movimiento de un proyectil lanzado con velocidad inicial v_0 , formando un ángulo α con la horizontal. A partir de esta Lagrangiana y usando las ecuaciones de Euler-Lagrange encuentre las ecuaciones de movimiento de este objeto.
3. Dos masas que se atraen m_1 y m_2 ($M = m_1 + m_2$) están separadas inicialmente una distancia r_0 y se sueltan a partir del reposo. Demostrar que cuando la distancia sea r ($r < r_0$) la velocidad de la partícula 1 será:

$$v_1 = m_2 \sqrt{\frac{2\gamma}{M} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)}$$

Donde: la fuerza de atracción es:

$$F(r) = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$