

EXAMEN DE NIVEL DE METODOS MATEMATICOS  
PROPEDEUTICOS DE VERANO DE 2010

1. Pruebe que

$$\vec{B} \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\vec{A} \cdot \vec{B}) - (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A}$$

2. Represente los vectores unitarios de coordenadas cilíndricas en sus componentes cartesianas. Verifique que dichos vectores son ortogonales.

3. Determine los eigenvalores y eigenvectores de

$$\begin{pmatrix} 1 & \epsilon \\ \epsilon & 1 \end{pmatrix}; \quad \epsilon \neq 0$$

Demuestre que los eigenvectores son ortogonales.

4. Estudie la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

5. La función generatriz de los polinomios de Hermite está dada por

$$g = e^{(-t^2+2tx)}$$

Esta función puede expandirse en serie de Taylor alrededor de  $t = 0$  y los coeficientes de la expansión, que dependerán de  $x$ , serán iguales a los polinomios de Hermite. Halle dichos coeficientes para los primeros tres términos de la expansión en series ( $H_0(x)$ ,  $H_1(x)$  y  $H_2(x)$ ).

6. Halle la solución a la ecuación diferencial

$$\cos(x)(e^{2y} - y) \frac{dy}{dx} = e^y \operatorname{sen}(2x)$$

con la condición inicial  $y(0) = 0$ .