METODOS MATEMATICOS

Examen de Admisión
Departamento de Física, CINVESTAV-IPN
Propedéuticos - Primavera 2011

1. Demuestre que el operador correspondiente a la componente z del momento angular cuántico puede expresarse como

$$-i\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) = -i\,\frac{\partial}{\partial \phi}\ ,$$

donde ϕ denota el ángulo acimutal de las coordenadas polares esféricas.

2. El operador de momento angular $\mathbf{L}$ satisface $[L_x, L_y] = iL_z$, etc., o $\mathbf{L}\times\mathbf{L}= i\mathbf{L}$. Otros dos vectores $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ conmutan entre sí y con $\mathbf{L}$. Muestre que (utilizando notación tensorial)

$$[\mathbf{a}\cdot\mathbf{L}, \mathbf{b}\cdot\mathbf{L}] = i(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{L}$$

3. (a) La matriz C resulta del producto matricial de A y B. Muestre que el determinante de C es equivalente al producto de los determinantes de A y B:

$$|C| = |A||B|\ .$$

   (b) Muestre que

$$|A^{-1}| = |A|^{-1}$$

4. Utilice el método de Frobenius para encontrar la solución de la ecuación del oscilador lineal (*Sugerencia:* Proponga una solución del tipo $y = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^{k+i}$, $a_0 \neq 0$)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 y = 0\ .$$

5. Encuentre el desarrollo de Fourier en el intervalo $(-\pi, \pi)$ de una onda triangular representada por

$$f(x) = \begin{cases} x\ , & 0 < x < \pi \\ -x\ , & -\pi < x < 0 \end{cases}$$