

Estados coherentes y gatos de Schrödinger

LAS PROPIEDADES DE LA LUZ DESCUBIERTAS POR GLAUBER EN 1963 HAN SIDO DE VITAL IMPORTANCIA PARA EL DESARROLLO DE LA ÓPTICA CUÁNTICA Y LAS APLICACIONES TECNOLÓGICAS QUE USAMOS EN NUESTRA VIDA DIARIA. TAMBIÉN SON IMPORTANTES PARA ESTUDIAR LA CARA OCULTA DE LOS SISTEMAS CUÁNTICOS Y ENTENDER QUÉ ES LO QUE SEPARA EL COMPORTAMIENTO DE LOS OBJETOS MACROSCÓPICOS DEL COMPORTAMIENTO DE OBJETOS TAN DIMINUTOS COMO LOS ELECTRONES.

Sara Cruz y Cruz
Óscar Rosas-Ortiz

La **interferencia** de la luz es uno de los fenómenos más importantes e interesantes que se estudian en física. En un modelo sencillo, para producir interferencia se requiere de una fuente monocromática de luz y dos pantallas. La primera de las pantallas tiene dos rendijas paralelas, suficientemente angostas y cercanas entre sí (la apertura de las rendijas y la distancia entre ellas dependerá del color de la luz). La otra pantalla se coloca a una distancia perpendicular de la primera que es superior a la separación entre las rendijas. Cuando se hace pasar la luz monocromática por las rendijas y los haces emergentes se proyectan en la segunda pantalla, lo que se observa es una serie de franjas brillantes intercaladas con franjas oscuras (patrón de interferencia, ver figura 1). La explicación más sencilla de este fenómeno se obtiene al considerar a la luz como compuesta por ondas. Así, ambas rendijas se interpretan como una única fuente de ondas en fase que se superponen unas a otras: la coincidencia de crestas se manifiesta como franjas brillantes y la coincidencia de valles corresponde a las franjas oscuras (consultar la referencia [1] para

más detalles). Decimos que la luz es más coherente mientras mejor definidas estén las franjas. Por ejemplo, como el patrón de interferencia de la luz emitida por una vela está menos definido que el de la luz emitida por un láser resulta que la primera es menos coherente que la segunda.

A partir de la teoría electromagnética propuesta por James Clerk Maxwell en el siglo XIX, la luz se ha interpretado como una combinación de campos eléctricos y magnéticos que se propaga en forma ondulatoria a través del espacio (*radiación electromagnética*). Esta bella formulación parecía establecer una clara distinción entre la radiación y los componentes fundamentales de la materia. Sin embargo, a principios del siglo XX se encontró que además de la luz, y bajo condiciones muy específicas del arreglo experimental, cualquier haz de partículas produce patrones de interferencia. Antes de este descubrimiento las partículas siempre se concibieron como pequeñas pelotitas desplazándose e interactuando entre ellas como si fuesen canicas. Con este punto de vista parecía inconcebible que dichas canicas se comportasen como ondas.

SARA CRUZ Y CRUZ es Profesora titular de la UPIITA-IPN. Obtuvo el Premio Arturo Rosenblueth 2006 a la mejor tesis doctoral del Cinvestav en el área de ciencias exactas. Investigadora visitante en estancia posdoctoral en el Departamento de Física del Cinvestav. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores. sara@fis.cinvestav.mx

OSCAR ROSAS-ORTIZ es Investigador titular en el Departamento de Física del Cinvestav. Obtuvo el Premio Arturo Rosenblueth 1998 a la mejor tesis doctoral del Cinvestav en el área de ciencias exactas. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores y de la Academia Mexicana de Ciencias. orosas@fis.cinvestav.mx

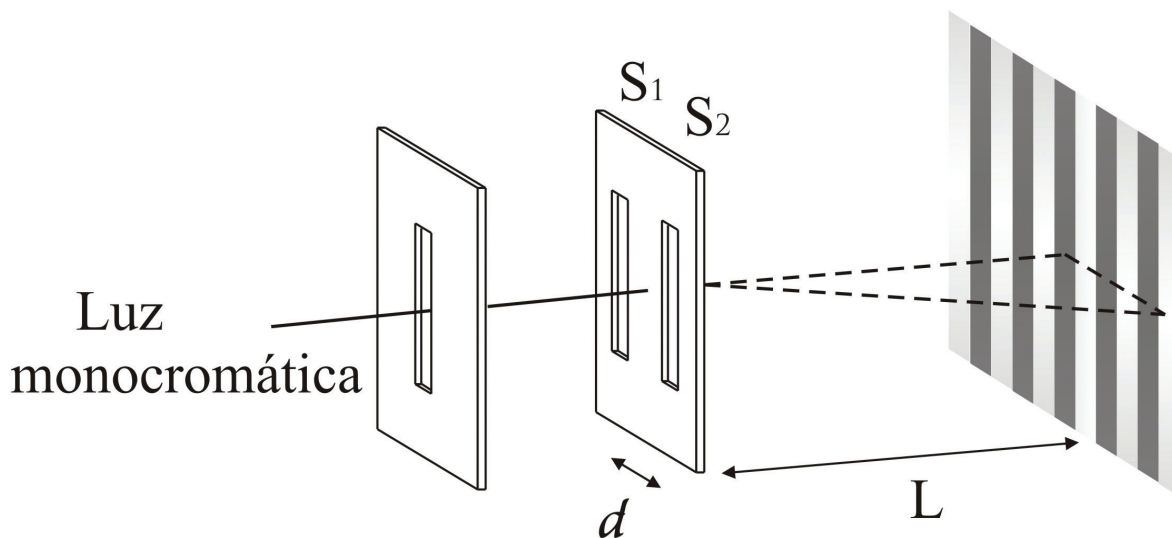


Figura 1. Interferencia de la luz producida por dos rendijas. Las rendijas S_1 y S_2 funcionan como una única fuente de ondas en fase. La distancia d entre ellas es inferior a la distancia L .

La intriga aumentó al descubrir, también a principios del siglo anterior, que la luz se dispersa al hacerla pasar por una nube de partículas. En la explicación más sencilla de este nuevo fenómeno se considera que la radiación electromagnética está compuesta por pequeños paquetes de energía que son indivisibles (*fonones*). Así, alguna de las partículas colisiona con un fotón y ambos rebotan como si fuesen canicas. En otras ocasiones, el fotón es absorbido por la partícula y re-emitado por ésta misma un poco más tarde. El juego es todo o nada: o bien el fotón es completamente absorbido por la partícula, o bien éste se comporta como otra partícula durante la colisión. El concepto más primitivo de fotón fue introducido por Max Planck en 1900. Un poco más tarde, en 1905, Albert Einstein perfeccionó el modelo de Planck para explicar porqué se produce una corriente eléctrica al bañar algunos materiales con luz de un determinado color (*efecto fotoeléctrico*).

La locura se hizo doble: las partículas y la radiación estudiadas por la Física de Newton y la de Maxwell intercambiaron papeles. Esta “contradicción” se volvió la huella digital de las investigaciones científicas del incipiente siglo XX y, alrededor de 1927, se logró estructurar un marco teórico que hoy en día es conocido como *Mecánica Cuántica*. Actualmente decimos que la luz tiene un *comportamiento clásico* si el fenómeno

en cuestión puede explicarse satisfactoriamente con la formulación Maxwelliana de la radiación electromagnética. Por otro lado, cuando es indispensable introducir el concepto de fotón hablamos del *comportamiento cuántico* de la luz. En forma equivalente, las partículas presentan un comportamiento cuántico cuando no es suficiente con interpretarlas como pequeñas pelotitas y para su estudio se requiere del concepto de onda.

¿Dónde termina el comportamiento clásico y dónde empieza el cuántico? Aunque muchos de los fundadores de la teoría cuántica se plantearon esta pregunta fue a partir de 1926, gracias a un trabajo de Erwin Schrödinger [2], que los físicos abordaron el problema en forma sistemática. Schrödinger investigó el comportamiento cuántico del sistema físico más sencillo, el oscilador armónico lineal, y encontró que la teoría cuántica permite hacer predicciones “clásicas” bajo condiciones muy singulares.

Por otro lado, en 1927, Paul Adrien Maurice Dirac combinó la formulación Maxwelliana de la luz con el concepto de un oscilador cuántico y obtuvo una descripción cuántica de la radiación electromagnética [3]. En general, las predicciones de la formulación de Dirac no empatan del todo con los resultados de Maxwell ya que corresponden a dos descripciones diferentes de un mismo sistema, aplicables cada una de ellas en extremos opuestos del comportamiento de la luz.

En 1963 John R Glauber propone un modelo cuántico de la luz que permite hacer predicciones muy similares a las de Maxwell al tiempo que preserva la estructura teórica establecida por Dirac [4, 5]. De acuerdo con Glauber, la luz de Dirac debe producirse en estados de polarización coherentes si ésta ha de compararse con la luz Maxwelliana. Los *estados coherentes de Glauber* llamaron de inmediato la atención de la comunidad científica y fomentaron un sinnúmero de desarrollos teóricos y experimentales [6].

Tomando en cuenta lo anterior, cabe preguntarse hasta dónde es posible dar una descripción cuántica de los sistemas macroscópicos (sistemas como usted mismo, estimado lector). En 1935 Schrödinger reporta el diseño de un experimento donde se involucran un inocente gato y la desintegración de un átomo (decaimiento atómico). Para mostrar las “aparentes contradicciones” de la teoría cuántica con el “concepto de realidad” Schrödinger primero le adjudica un estado cuántico al gato, después mezcla éste último con el estado cuántico del átomo para concluir que el gato estará vivo y muerto a la vez en tanto no lo “observemos” [7]. Como veremos al final de este artículo, se pueden usar los estados coherentes de Glauber para representar al sistema cuántico del gato, incluso a nivel experimental [8].

Estados coherentes de la luz

¿Te gustaría vivir en la casa del espejo minino?

Me pregunto si allí te darían leche.

Alicia hablando con su gatito frente al espejo¹

Clásicamente, un oscilador armónico corresponde a una masa unida al extremo de un resorte. Al aplicar una fuerza sobre la masa para que el resorte se comprima o se expanda notaremos que después de eliminar dicha fuerza el resorte “buscará” regresar a su posición inicial. Esto producirá un vaivén armónico en el sistema que se mantendrá así en tanto no se aplique ninguna otra fuerza. La energía que suministramos al sistema masa-resorte para modificar su estado inicial es arbitraria, será poca o mucha dependiendo de qué tanto comprimamos o expandamos al resorte, y permanecerá constante hasta que apliquemos una fuerza adicional.

Desde el punto de vista cuántico, el oscilador armónico no admite cualquier cantidad de energía; sólo es posible administrarle múltiplos semi-enteros de la cantidad $\hbar\omega$ (para una revisión de la evolución de conceptos, resultados e ideas asociados con la Mecánica Cuántica el lector puede consultar [9]). En otras palabras, la energía de un oscilador cuántico está cuantizada (admite sólo valores discretos) y toma los valores $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$, $n = 0, 1, 2, \dots$ donde \hbar es una constante universal que recibe el nombre de *constante de Planck* y ω es la frecuencia de oscilación del resorte.

Dirac explotó la idea de que la radiación electromagnética puede modelarse matemáticamente como un conjunto infinito de osciladores donde cada modo de oscilación de los campos magnético y eléctrico corresponde a un resorte ideal. Al pensar en osciladores cuánticos, Dirac introdujo el concepto de *cuantización del campo electromagnético* y encontró que para el punto cero de la energía ($E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$), la radiación electromagnética presenta fenómenos físicos muy interesantes que no están previstos en los resultados de la teoría Maxwelliana. A continuación mostramos algunos de los pasos teóricos involucrados, los lectores con poco o ningún entrenamiento matemático pueden ignorar cada una de las ecuaciones y prestar sólo atención a lo que se dice de ellas.

La formulación clásica de los campos electromagnéticos se hace a través del análisis de las ecuaciones de Maxwell. Para campos en el vacío, éstas llevan a las siguientes ecuaciones de onda:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

donde \vec{E} es el campo eléctrico, \vec{H} es el campo magnético y c es la rapidez de la luz. Para simplificar nuestro análisis consideraremos que los campos están dentro de una cavidad de volumen L^3 y que el campo eléctrico está polarizado en la dirección x mientras que el campo magnético tiene polarización y . Para un solo modo normal de amplitud q podemos escribir (ver [10]):

A partir de la teoría electromagnética, propuesta por James Clerk Maxwell en el siglo XIX, la luz se ha interpretado como una combinación de campos eléctricos y magnéticos que se propaga en forma ondulatoria a través del espacio. Por otro lado, a principios del siglo XX, gracias a las ideas de Max Planck y Albert Einstein, se entendió que la luz está compuesta de diminutos e indivisibles paquetes (o corpúsculos) de energía que actualmente son llamados fotones.

$$E_x(z,t) = \left(\frac{2\omega^2 m}{\epsilon_0 L^3} \right)^{1/2} q(t) \sin(kz), \quad H_y(z,t) = \left(\frac{2\omega^2 m}{\epsilon_0 L^3} \right)^{1/2} \left(\frac{\dot{q}(t) \epsilon_0}{k} \right) \cos(kz) \quad (2)$$

donde ϵ_0 es la *permitividad eléctrica* en el vacío. El número de onda k y la frecuencia ω satisfacen $k = \frac{\omega}{c}$. La energía correspondiente está dada por la función de Hamilton H :

$$H = \frac{1}{2} \int_{L^3} (\epsilon_0 E_x^2 + \mu_0 H_y^2) dv = \frac{1}{2} \left(m\omega^2 q^2 + \frac{p^2}{m} \right) \quad (3)$$

con dv un elemento diferencial de volumen, $p = m\dot{q}$ el momento canónico de q y μ_0 la *permeabilidad magnética*. La expresión de la derecha corresponde a la energía de un oscilador armónico clásico.

En mecánica clásica el producto qp es igual al producto pq , se dice entonces que q y p conmutan. En el tratamiento cuántico usamos otros objetos matemáticos para representar a la amplitud y a su momento canónico, tenemos la correspondencia $q \rightarrow Q$, $p \rightarrow P$. Estos nuevos símbolos son tales que su producto no conmuta, simbólicamente escribimos:

$$[Q, P] = QP - PQ = i\hbar, \quad [Q, Q] = [P, P] = 0 \quad (4)$$

y decimos que Q y P son *operadores*. Conviene introducir un nuevo par de operadores a y a^+ , definidos en términos de P y Q como sigue:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}} (m\omega Q + iP), \quad a^+ = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}} (m\omega Q - iP) \quad (5)$$

Estos nuevos operadores satisfacen las reglas de conmutación:

$$[a, a^+] = 1, \quad [a, a] = [a^+, a^+] = 0 \quad (6)$$

La cuantización de los campos electromagnéticos empieza por escribir las soluciones (2) en términos de estos nuevos operadores:

$$E_x(z,t) = \epsilon (a + a^+) \sin(kz), \quad H_y(z,t) = -i\epsilon_0 c \epsilon (a - a^+) \cos(kz), \quad (7)$$

donde la cantidad ϵ se expresa en unidades de campo eléctrico². De esta forma, los objetos matemáticos usados en (7) para representar la polarización de los campos eléctrico y magnético son también operadores, al igual que la energía:

$$H = \hbar\omega \left(a^+ a + \frac{1}{2} \right) \quad (8)$$

La expresión (8) es el *Hamiltoniano* de un oscilador cuántico, así que la energía de la correspondiente radiación electromagnética toma sólo valores discretos. Ahora investigamos los estados cuánticos correspondientes; a cada valor E_n de la energía le asociamos un vector $|n\rangle$ y pedimos que éste sea solución de la ecuación de *eigenvalores* $H|n\rangle = E_n|n\rangle$. La primera solución $|0\rangle$ corresponde al estado con energía más baja (estado base) $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$ y se obtiene fácilmente notando que $|0\rangle$ también satisface la ecuación $a|0\rangle = 0$. En otras palabras, el operador a “aniquila” al estado base. Por procedimientos algebraicos se muestra que $a^+|0\rangle = |1\rangle$ y, en general,

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad a^+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (9)$$

Podemos entonces expresar un vector arbitrario $|n\rangle$ en términos de la acción iterada (n -veces) de a^+ sobre el estado base:

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^+)^n |0\rangle, \quad n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1 \quad (10)$$

La notación que estamos usando fue acuñada por Dirac mientras que la construcción de los estados $|n\rangle$ fue estudiada por Vladimir A. Fock. En este esquema el vector $|n\rangle$ indica que hay n fotones con energía E_n y la acción de a (a^+) sobre el estado $|n\rangle$ representa la pérdida (ganancia) de un fotón por parte del campo electromagnético. Por esta razón es que a y a^+ son conocidos respectivamente como operadores de aniquilación y creación. Obsérvese que $|0\rangle$ significa

Los aspectos ondulatorios y corpusculares de la luz fueron inteligentemente combinados por Paul Adrien Maurice Dirac mediante su propuesta de la cuantización del campo electromagnético. La formulación de Dirac y la de Maxwell describen fenómenos que están en extremos opuestos del comportamiento de la luz.

la ausencia de fotones con energía E_0 , de tal suerte que esta energía debe corresponder al vacío.

Cabe notar que el fotón perdido o ganado por el campo es, a su vez, emitido o absorbido por la “materia” circundante y, en particular, por nuestros aparatos de medición. Así, los vectores de Fock son útiles para dar una descripción de la interacción de la luz con la materia. Otro aspecto importante de esta representación se hace patente al analizar las ecuaciones (7). Cada uno de los operadores del campo está escrito como una suma de los operadores de creación y aniquilación, es decir, cada uno incluye la información de las aniquilaciones tanto como la de las creaciones de fotones. Además, estos operadores no conmutan, así que ahora es importante la forma y el orden en que se multipliquen las polarizaciones E_x y H_y de los campos. En la formulación cuántica esto significa que ya no podemos medir simultáneamente a E_x y a H_y con precisión arbitraria. ¿Cómo podemos entonces, con la ayuda de estos operadores, recuperar la descripción Maxwelliana de la radiación electromagnética donde sí es posible medir E_x y H_y simultáneamente?

Regresemos a la ecuación (4). Si ΔQ y ΔP representan el error asociado a la medición de la amplitud y el momento canónico del oscilador cuántico, entonces el conmutador $[Q, P] = i\hbar$ nos lleva a la relación $\Delta Q \Delta P \geq \hbar/2$. Notamos que al hacer infinitamente pequeño el error ΔQ se tiene, por necesidad, un valor infinitamente grande de ΔP y viceversa (una expresión similar vale para ΔE_x y ΔH_y). En particular, para los vectores de Fock $|n\rangle$, los estados de la energía del oscilador cuántico satisfacen²:

$$\Delta_n Q \Delta_n P \geq \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Para reducir al máximo la *relación de incertidumbre* (11) explotamos la habilidad que tienen los vectores $|n\rangle$ para superponerse y buscamos la combinación lineal:

$$|z\rangle_c = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n |n\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots, \quad \alpha_k \in \mathbb{C}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (12)$$

donde cada uno de los vectores de la suma (12) es un estado de la energía, así que el vector $|z\rangle_c$ también es un estado de la energía. Ahora exigimos que para este vector se cumpla

$$\Delta_c Q \Delta_c P = \frac{\hbar}{2} \quad (13)$$

con $\Delta_c Q$ y $\Delta_c P$ los errores asociados con medir Q y P . En general, la ecuación (13) corresponde al mínimo valor posible de la incertidumbre (11). A los estados que satisfacen (13) se les llama *estados comprimidos*. En particular, si la ecuación (13) es tal que $\Delta_c Q = \Delta_c P = \sqrt{\hbar/2}$, decimos que los vectores $|z\rangle_c$ corresponden a *estados coherentes*.

Es sencillo mostrar que el estado fundamental $|0\rangle$ del oscilador cuántico es un estado coherente que puede representarse por la función:

$$\varphi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2\right) \quad (14)$$

El módulo al cuadrado $|\varphi_0(x)|^2$ representa la probabilidad de encontrar al oscilador con la energía E_0 en el punto x . Esta probabilidad corresponde a una función Gaussiana centrada en el origen. Por otro lado, un estado coherente arbitrario se construye identificando los coeficientes α_k de la suma (12) que sean apropiados para que $\Delta_c Q = \Delta_c P = \sqrt{\hbar/2}$ se cumpla. Esto se logra exigiendo que $|z\rangle_c$ satisfaga la ecuación de eigenvalores $a|z\rangle_c = z|z\rangle_c$, con z un eigenvalor complejo. El resultado final se lee:

$$|z\rangle_c = \exp\left(-\frac{|z|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle = \exp\left(-\frac{|z|^2}{2}\right) \left\{ |0\rangle + z|1\rangle + \frac{z^2}{\sqrt{2}} |2\rangle + \dots \right\} \quad (15)$$

La justificación de este último paso es como sigue: los operadores E_x y H_y son los objetos matemáticos que representan a las correspondientes polarizaciones de la radiación electromagnética. Por su naturaleza, estos operadores no pueden “leerse” como una función o un número, se requiere de sus eigenvectores para hacer predicciones dentro

Los estados coherentes de John R. Glauber entrelazan los resultados de Maxwell y los de Dirac y permiten dar una descripción cuántica del comportamiento clásico de la luz.

de la formulación cuántica. Por la ecuación (7) sabemos que E_x y H_y son, a su vez, expresados en términos de a y a^+ . Así que los eigenvectores de la polarización son eigenvectores de estos últimos operadores. Según la teoría de Maxwell lo que se mide en el laboratorio es $|E_x(z)|^2$, que corresponde a la intensidad del campo eléctrico en el punto z . Para calcular la correspondiente expresión cuántica $\langle E_x^2 \rangle$ basta con obtener los eigenvectores de la parte de E_x que contiene al operador de aniquilación (los detalles se pueden consultar en referencias [5], [10] y [11]).

¿Qué es lo que hace coherente a los estados $|z\rangle_c$? A fin de contestar esta pregunta analicemos al más sencillo de ellos, representado por la función (14). Supongamos que al tiempo $t=0$ el oscilador cuántico no está en el origen sino en el punto $x=x_0$. La función $\phi_0(x,0)$ que representa a este nuevo estado del sistema es idéntica a (14) pero cambiando $x \rightarrow x-x_0$ en el argumento de la exponencial. La teoría predice que la evolución temporal de este oscilador cuántico implica la siguiente densidad de probabilidad:

$$|\phi_0(x,t)|^2 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{m\omega}{\hbar}(x-x_0\cos\omega t)^2\right]. \quad (16)$$

La curva descrita por (16) oscilará armónicamente hacia atrás y hacia delante ‘como un todo’, sin cambiar de forma. En otras palabras, esta función representa un *paquete de ondas* que no se deforma mientras se desplaza; las crestas de las ondas se mantienen unas sobre otras a lo largo del recorrido en forma coherente. Además, el centro del paquete de ondas se comporta como una partícula clásica sometida a la acción de un potencial de oscilador armónico. Lo mismo ocurre con todas y cada una de las funciones de onda asociadas con los vectores $|z\rangle_c$.

En resumen, los estados energéticos de la radiación electromagnética pueden estudiarse en términos de osciladores. Para compaginar las predicciones de la teoría cuántica con las predicciones de la formulación Maxwelliana lo mejor que podemos hacer es usar los estados coherentes $|z\rangle_c$ del oscilador cuántico. En este sentido, la radiación electromagnética que pueda describirse en

términos de los vectores $|z\rangle_c$ no sólo es altamente coherente sino que también es la que más se asemeja, en su comportamiento, al concepto Maxwelliano de la luz. Entonces, la combinación de las formulaciones de Maxwell, Dirac y Glauber permite dar una descripción completamente satisfactoria de los comportamientos clásico (interferencia) y cuántico (efecto fotoeléctrico) de la luz así como de la transición entre ellos (estados coherentes).

Es notable que los estados coherentes hayan escapado muy pronto de las manos de Glauber y del ramo de la Óptica Cuántica para extenderse al campo de la Física-Matemática (ver por ejemplo [12]). Hoy en día hay *estados coherentes generalizados* que se definen con base en una estructura grupo-algebraica ‘a la Perelomov’ [13] (véase también [14] y referencias allí citadas), estados coherentes asociados con pares de hamiltonianos, que son socios supersimétricos [15], y estados coherentes definidos con base en la evolución temporal del sistema bajo estudio (ver por ejemplo [16] y referencias allí citadas). También se les encuentra en Física Nuclear [17] y en el estudio del efecto Hall cuántico [18]. Aún más importante es el hecho de que los estados coherentes proporcionan una posibilidad real de llevar a cabo experimentos muy interesantes donde se requiere que la naturaleza cuántica de la luz se manifieste en forma clásica, tal y como ocurre con los llamados estados tipo “gato de Schrödinger”, como veremos enseguida.

El gato de Schrödinger

“Bueno, estoy acostumbrada a ver gatos sin sonrisa,” pensó Alicia; “¡pero una sonrisa sin gato es la cosa más curiosa que yo haya visto en mi vida!”
Alicia charlando con el gato Cheshire⁴

En su trabajo de 1935, Schrödinger escribe un párrafo que resulta por demás provocador:

Uno puede aún diseñar situaciones un tanto ridículas. Un gato se coloca en una cámara de acero, junto con el siguiente dispositivo diabólico (que debe protegerse contra la interferencia directa del gato). En un contador Geiger se coloca una pequeña cantidad de sustancia ra-

La combinación de las formulaciones de Maxwell, Dirac y Glauber representan un esquema completamente satisfactorio de los comportamientos clásico (interferencia) y cuántico (efecto fotoeléctrico) de la luz, así como la transición entre ellos (estados coherentes).

radioactiva, tan pequeña que en el transcurso de una hora es probable que uno de los átomos decaiga pero también, con igual probabilidad, ninguno; si ocurre [lo primero entonces] el contador activa un martillo que rompe un recipiente con cianuro. Al abandonar el sistema [gato-átomo] por una hora uno podría decir que el gato todavía vive en tanto el átomo no haya decaído. El primer decaimiento atómico habría envenenado al gato. La función Ψ del sistema completo incluiría [el estado de] un gato vivo y un gato muerto (perdonen la expresión) mezclándolos o revolviéndolos en partes iguales.⁵

Asumiendo que el sistema gato-átomo puede describirse en términos de un determinado vector $|\Psi\rangle$, éste tendría que construirse con los vectores que representan a los estados de “gato vivo” y “gato muerto”, digamos $|\odot\rangle$ y $|\otimes\rangle$, y los estados internos del átomo radioactivo cuando no ha decaído $|+\rangle$ y cuando ha decaído $|-\rangle$. Además, dicho vector tendría que representar la dependencia del estado del gato con el estado del átomo. Matemáticamente escribimos:

$$|\Psi\rangle = \frac{|\odot\rangle|+\rangle + |\otimes\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}} \quad (17)$$

El término $|\odot\rangle|+\rangle$ significa que si abrimos la cámara y encontramos al gato vivo sabremos inmediatamente, sin hacer medición alguna, que el átomo no ha decaído. El término $|\otimes\rangle|-\rangle$ significa que al encontrar al gato muerto entonces, necesariamente, el átomo ha decaído. Por otro lado, supongamos que de alguna forma, al abrir la cámara no podemos ver al gato pero sí podemos conocer el estado del átomo. Entonces la ecuación (17) nos indicará cuál es la condición del gato: si el átomo no ha decaído ($|+\rangle$) el gato estará vivo ($|\odot\rangle$) mientras que el gato estará muerto ($|\otimes\rangle$) si el átomo está en el estado $|-\rangle$. Por esta razón decimos que los sistemas gato y átomo están *entrelazados* o *correlacionados*: lo que le ocurra al segundo influye fuertemente en la suerte del primero y viceversa, sin que medie información alguna entre ellos. La combinación de

estas descripciones dada por el vector (17) significa que, en tanto no midamos (observemos) nada de lo que ocurre dentro de la cámara, el sistema completo se encuentra en una superposición de estados gato-vivo-no-decaimiento y gato-muerto-decaimiento. Antes de la medición, lo único que podemos asegurar es que hay igual probabilidad (50%) de encontrar al sistema completo en uno u otro estado. Esta situación desafía nuestro sentido de realidad porque, en nuestra experiencia cotidiana, esperamos que el gato esté ya sea vivo o muerto, independientemente de que lo miremos o no.

Sin embargo, la teoría cuántica es de carácter probabilístico así que, para confirmarla o rechazarla, debemos hacer un análisis estadístico. Esto significa repetir el experimento tantas veces como sea posible (mientras más veces mejor) y registrar cada uno de los resultados. Al final, lo que encontraríamos sería que la mitad de las veces tenemos un gato muerto y la mitad de las veces tendríamos un gato vivo. Así no hay misterio bajo la alfombra. Los problemas de interpretación de la teoría surgen al exigir que ésta sea aplicable incluso en eventos individuales, involucrando un solo gato y un solo átomo radiactivo en un solo experimento. Aunque la discusión está abierta desde prácticamente el surgimiento de la teoría cuántica (sugerimos al lector consultar las referencias [9,19,20]), de momento nos es suficiente con la primera de las interpretaciones mencionadas y saber que hay una forma de construir vectores del tipo (17) en el laboratorio sin involucrar a ningún inocente gatito.

Dado que en el mundo macroscópico no hay superposición de estados, si queremos construir un *estado tipo gato de Schrödinger* debemos buscar sistemas cuánticos con estados parecidos a $|\odot\rangle$ y $|\otimes\rangle$. Es decir, necesitamos sistemas cuánticos que sean distinguibles macroscópicamente, tales como los estados de polarización de la luz descritos por Glauber. Escribimos:

$$|\Psi\rangle = \frac{|z\rangle_c|+\rangle + |-z\rangle_c|-\rangle}{\sqrt{2}} \quad (18)$$

donde $|z\rangle_c$ y $|-z\rangle_c$ son dos estados coherentes separados espacialmente (los paquetes de onda correspondientes tienen sus centros localizados en diferentes puntos de tal forma que la distancia entre ellos es mayor que el ancho de cada paquete). En general, las combinaciones lineales de estados coherentes

$$|\phi_{\pm}\rangle = N_{\pm}(z) \left[|z\rangle_c + |-z\rangle_c \right], \quad |\phi_{\pm}\rangle = N_{\pm}(z) \left[|z\rangle_c - |-z\rangle_c \right] \quad (19)$$

donde $N_{\pm}(z)$ es una constante de normalización, reciben el nombre de gatos de Schrödinger *positivo* y *negativo*, respectivamente.

La construcción de estados con paquetes de onda clásicos no es exclusiva de la radiación electromagnética. Estos también pueden obtenerse con superposiciones de los estados de vibración en moléculas o cristales [21], con corrientes eléctricas en un anillo superconductor [22] y en átomos dentro de trampas electromagnéticas (ver [23] y referencias allí citadas) o bien encerrados en una “botella láser” [8].

Como hemos visto, la interferencia de estados cuánticos es de vital importancia para las investigaciones y aplicaciones de los fenómenos del micromundo. Desafortunadamente, también es una limitante para hacer ingeniería cuántica [24] ya que no es posible aislar indefinidamente a los sistemas cuánticos y éstos, necesariamente, interactúan con su entorno. Es decir, tanto los estados coherentes de la luz como los gatos de Schrödinger intercambian fotones con los recipientes que los contienen. A esta interacción incontrolable de los sistemas con su entorno se le llama *decoherencia* y literalmente significa que los sistemas bajo estudio pierden la coherencia cuántica que los caracteriza. Esta es una de las principales limitantes para la realización de computadoras cuánticas o la teleportación cuántica, donde los estados coherentes tanto como los gatos de Schrödinger juegan un papel importante.

Los autores agradecen el apoyo secretarial de Miriam Lomeli. Este trabajo se realizó con financiamiento del Conacyt, proyecto 50766 . ●

[Referencias]

- [1] E Hecht y A Zajac, *Optics* (Addison-Wesley, Menlo Park, California 1974).
- [2] E Schrödinger, *Naturwissenschaften*, **14** (1926) 664.
- [3] PAM Dirac, *Proc Roy Soc A* **114** (1927) 243.
- [4] RJ Glauber, *Phys Rev Lett* **10** (1963) 84; *Phys Rev* **130** (1963) 2529; *ibid* 2766.
- [5] RJ Glauber, en *Quantum Optics and Electronics*, Les Houches, eds. C DeWitt, A Blandin y C Cohen-Tannoudji (Gordon and Breach, New York 1965).
- [6] O Rosas-Ortiz, “El premio Nobel de Física 2005”, *Conversus* diciembre 2005-enero 2006, 75 pp; O Rosas-Ortiz, “Detrás de la magnetorresistencia gigante”, *Conversus* diciembre 2007-enero 2008, 8 pp.
- [7] E Schrödinger, *Naturwissenschaften* **23** (1935) 807. Traducción al inglés en referencia [20], 152 pp.
- [8] C Monroe, DM Meekhof, BE King y DJ Wineland, *Science* **272** (1996) 1131.
- [9] B Mielnik y O Rosas-Ortiz, “Quantum Mechanical Laws” en *Fundamentals of Physics*, editado por JL Morán-López, Encyclopedia Of Life Support Systems (EOLSS). Developed under the auspices of the UNESCO. Eolss Publishers, Oxford, U.K. [http://www.eolss.net].
- [10] MO Scully y MS Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge 1997).
- [11] C Cohen-Tannoudji, B Diu y F Laloe, *Quantum Mechanics*, vols. I y II (John Wiley & Sons, New York 1977); LE Ballentine, *Quantum Mechanics, A Modern Development* (World Scientific, Singapore 1998).
- [12] JR Klauder y BS Skagerstan, *Coherent States. Applications in Physics and Mathematical Physics* (World Scientific, Singapore 1985).
- [13] A Perelomov, *Generalized coherent states and their applications* (Springer-Verlag, Berlin 1986).
- [14] S Cruz y Cruz, S Kuru y J Negro, *Phys Lett A* **372** (2008), 1391.
- [15] DJ Fernández C, V Hussin y LM Nieto, *J Phys A: Math Gen* **27** (1994) 3547; DJ Fernández C, LM Nieto y O Rosas-Ortiz, *J Phys A: Math Gen* **28** (1995) 2693; O Rosas-Ortiz *J Phys A: Math Gen* **29** (1996) 3821; DJ Fernández C y V. Hussin, *J Phys A: Math Gen* **32** (1999) 3603.
- [16] DJ Fernández C, V Hussin y O Rosas-Ortiz, *J Phys A: Math Theor* **40** (2007) 3491.
- [17] J Recamier, O Castaños, R Jáuregui y A Frank, *Phys Rev A* **61** (2000) 06308.
- [18] G Loyola, M Moshinsky y A Szczepaniak, *Am J Phys* **57** (1989) 811.
- [19] JA Wheeler y W Zurek (Editores), *Quantum Theory and Measurement* (Princeton University Press, Princeton, NJ 1983).
- [20] A Whitaker, *Einstein, Bohr and the Quantum Dilemma; From Quantum Theory to Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge 2006).
- [21] J Jansky, AV Vinogradov, T Kobayashi y Z Kis, *Phys Rev A* **50** (1994) 1777.
- [22] A Leggett y A Garg, *Phys Rev Lett* **54** (1985) 857.
- [23] O Castaños, R Jáuregui, R López-Peña, J Recamier y VI Manko, *Phys Rev A* **55** (1977) 1208.
- [24] O Rosas-Ortiz, “Manipulando el mundo atómico: Ingeniería Cuántica”, *Avance y Perspectiva* **23**, oct-dic de 2004, 19 pp; O Rosas-Ortiz “¿Computación Cuántica?”, en M Santillán *et al.* (Editores), *Tendencias actuales de la Física en México*, Publicaciones del IPN (en imprenta).

[Notas]

- 1 Frase tomada del libro de Lewis Carroll, *Alice's adventures in wonderland & Through the looking-glass*, Signet Classic (U.S.A. 1960), p. 131 (traducción del inglés por los autores).
- 2 Se dice que ϵ representa el aporte de un fotón al campo eléctrico.
- 3 Los detalles de la definición matemática de $\Delta_x Q$ y $\Delta_x P$ en términos de vectores del tipo $|\lambda\rangle$, con λ alguna variable o parámetro tal como $\lambda = n$, no son necesarios para los intereses de este artículo. El lector interesado puede revisar la referencia [11] o cualquier otro texto contemporáneo de Mecánica Cuántica.
- 4 Lewis Carrol, *ibid.*, p. 66.
- 5 Tomado de E. Schrödinger, referencia [7]; traducción del inglés por los autores.