

## Efectos de campos magnéticos externos en las propiedades ópticas de superredes

R. García Serrano

Posgrado en Optoelectrónica, FCFM, BUAP

G. Martínez, P.H. Hernández y Gregorio H. Cocolletzi

Instituto de Física BUAP

Apartado Postal J-48, Puebla 72570, México.

Desarrollamos un estudio comparativo de las propiedades ópticas de magnetoplasmones en superredes semiconductoras tomando en cuenta tres configuraciones diferentes de campos magnéticos aplicados; 1.- geometría de Faraday, 2.- geometría perpendicular y 3.- geometría de Voigt modificada. Calculamos las relaciones de dispersión de los magnetoplasmones para la superred infinita y la respuesta óptica para el sistema truncado. Suponemos que la luz incidente es de polarización P y calculamos la reflectividad  $R_p$  que depende de la orientación del campo externo, así como de los parámetros estructurales. La estructura de  $R_p$  muestra las mini-bandas y mini-brechas de las ondas de volumen. El efecto más importante del campo aplicado se obtiene en las geometrías perpendicular y Voigt modificada.

*Palabras clave:* Magnetoplasmones; Superredes; Respuesta óptica.

Los efectos de campos magnéticos  $\vec{B}_0$  externos en las propiedades ópticas de sistemas de multicapas y superredes semiconductoras han recibido considerable atención en la literatura en los años recientes, debido a que estas propiedades muestran comportamientos novedosos interesantes que se pueden emplear en la industria nanoelectrónica. Particularmente se ha investigado la influencia de  $\vec{B}_0$  en las mini-bandas y mini-brechas de los magnetoplasmones de volumen en superredes infinitas, y la respuesta óptica en sistemas semiinfinitos [1,2,3]. Las propiedades ópticas dependen fuertemente de la dirección y de la intensidad del campo aplicado. Las diferentes direcciones de los campos externos dan lugar a las siguientes geometrías; perpendicular (GP) [1,2], Faraday (GF) [3] y Voigt (GV) [4], como se ilustran en la Fig. 1. En la configuración GF, el campo externo está en la dirección de la componente del vector de onda paralela a la superficie o de la interface. En la geometría GP, el campo aplicado es paralelo a la dirección de crecimiento de la superred y en el arreglo GV, el campo es perpendicular al vector de propagación y paralelo a la superficie o interfaces de la superred. En artículos recientes se describe la respuesta óptica de los magnetoplasmones en presencia de campos magnéticos externos [1,2,3] para superredes semiconductoras en las geometrías de Faraday y perpendicular. Sin embargo, no existen estudios para la geometría de Voigt. En este reporte presentamos estudios comparativos de la respuesta óptica de magnetoplasmones en superredes en la presencia de campos magnéticos externos en las configuraciones de GF, GP y GV modificada, Fig. 1.

Para investigar las propiedades ópticas de los magnetoplasmones resolvemos la ecuación de onda de Maxwell [5] la cual tiene la forma

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - a^2 \vec{e} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

donde  $\vec{e}$  es el tensor dieléctrico de cada componente de la superred,  $\vec{E}$  es el campo eléctrico de la onda y  $k$  es la magnitud del vector de onda en el vacío. El tensor dieléctrico depende de la orientación e

intensidad del campo aplicado, esto a su vez produce diferentes vectores de propagación y consecuentemente las propiedades ópticas también se ven modificadas.

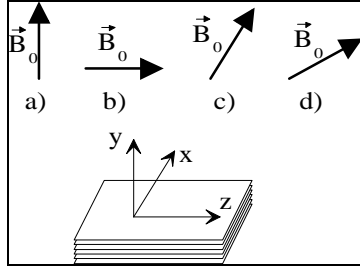
La superred que se estudia en este reporte se construye con celdas unitarias formadas de dos capas. El sistema de coordenadas que usamos se muestra en la Fig. 1, la superficie de la superred es paralela al plano  $x$ - $z$  y el eje de crecimiento está en la dirección  $y$ . El vector de propagación está en el plano  $y$ - $z$ , es decir tiene la forma  $\mathbf{k}=(0,q,k_z)$ . Consideramos semiconductores altamente impurificados y empleamos el modelo del electrón libre para los tensores dieléctricos  $\vec{e}(\mathbf{w})$  que dependen de la frecuencia de la radiación incidente  $\omega$ . Por ejemplo, para la geometría de Voigt modificada se puede escribir

$$\begin{aligned} e_{xx} &= e_l \left[ -\frac{((\mathbf{w} + i\mathbf{n})^2 - \mathbf{w}_x^2) \mathbf{w}_p^2}{\mathbf{w}(\mathbf{w} + i\mathbf{n})((\mathbf{w} + i\mathbf{n})^2 - \mathbf{w}_z^2 - \mathbf{w}_x^2)} \right], \\ e_{yy} &= e_l \left[ -\frac{(\mathbf{w} + i\mathbf{n}) \mathbf{w}_p^2}{\mathbf{w}((\mathbf{w} + i\mathbf{n})^2 - \mathbf{w}_z^2 - \mathbf{w}_x^2)} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} e_{zz} &= e_l \left[ -\frac{((\mathbf{w} + i\mathbf{n})^2 - \mathbf{w}_z^2) \mathbf{w}_p^2}{\mathbf{w}(\mathbf{w} + i\mathbf{n})((\mathbf{w} + i\mathbf{n})^2 - \mathbf{w}_z^2 - \mathbf{w}_x^2)} \right], \\ e_{xy} &= e_l \frac{i \mathbf{w}_z \mathbf{w}_p^2}{\mathbf{w}((\mathbf{w} + i\mathbf{n})^2 - \mathbf{w}_z^2 - \mathbf{w}_x^2)}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} e_{xz} &= e_l \frac{\mathbf{w}_x \mathbf{w}_z \mathbf{w}_p^2}{\mathbf{w}(\mathbf{w} + i\mathbf{n})((\mathbf{w} + i\mathbf{n})^2 - \mathbf{w}_z^2 - \mathbf{w}_x^2)}, \quad e_{yx} = -e_{xy}, \\ e_{zx} &= e_{xz}, \quad e_{yz} = -e_{zy}, \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $\mathbf{W}_x$  y  $\mathbf{W}_z$  son las frecuencias ciclotrónicas,  $e_l$  es una constante característica del medio material,  $\mathbf{n}$  es la frecuencia de amortiguamiento y  $\mathbf{W}_p$  es la frecuencia de plasma. A partir de la ecuación de onda de Maxwell y con el uso de los elementos del tensor dieléctrico se obtiene la relación de dispersión para las cuatro componentes del vector de propagación del magnetoplasmon en cada capa, de los cuales dos representan modos que viajan en el sentido positivo y dos en sentido negativo. Tomando en cuenta estos cuatro modos, los campos eléctrico y magnético de la onda se



**Figura 1.** Se muestra el sistema estudiado y las definiciones de las geometrías: a) Perpendicular ( $\vec{B}_0 = B_0 \hat{y}$ ), b) de Faraday ( $\vec{B}_0 = B_0 \hat{z}$ ), c) de Voigt ( $\vec{B}_0 = B_0 \hat{x}$ ) y d) de Voigt modificada ( $\vec{B}_0 = B_0 \hat{x} + B_0 \hat{z}$ ).

obtienen de la superposición de los cuatro modos. Debido a que existen cuatro modos en cada capa, usamos cuatro componentes de los campos que son linealmente independientes, empleamos el método de la matriz de transferencia [1,2,3] y construimos la matriz correspondiente de dimensión (4x4). Para la configuración de Voigt modificada escribimos la siguiente expresión

$$\begin{pmatrix} \vec{E}_\square \\ \vec{B}_\square \end{pmatrix}_y = M_1 \begin{pmatrix} \vec{E}_\square \\ \vec{B}_\square \end{pmatrix}_y, \quad (5)$$

que nos relaciona los campos en las dos fronteras  $y^s$  e  $y^i$  de una capa.  $\vec{E}_\square$  y  $\vec{B}_\square$  representan las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético, respectivamente.  $M_1$  es la matriz de transferencia, que para campo aplicado en el plano de las interfaces tiene la forma que se muestra en la ecuación (6),

$$M_1 = \frac{1}{g} \begin{pmatrix} -a_1 c_1 + a_2 c_2 & a_1 a_2 (c_1 - c_2) & i a_1 a_2 q_0 \left( \frac{s_1}{q_1} - \frac{s_2}{q_2} \right) & i q_0 \left( \frac{a_1 s_1}{q_1} - \frac{a_2 s_2}{q_2} \right) \\ -c_1 + c_2 & a_2 c_1 - a_1 c_2 & i q_0 \left( \frac{a_2 s_1}{q_1} - \frac{a_1 s_2}{q_2} \right) & i q_0 \left( \frac{s_1}{q_1} - \frac{s_2}{q_2} \right) \\ \frac{i}{q_0} (-q_1 s_1 + q_2 s_2) & \frac{i}{q_0} (q_1 a_2 s_1 - q_2 a_1 s_2) & a_2 c_1 - a_1 c_2 & c_1 - c_2 \\ \frac{i}{q_0} (q_1 a_1 s_1 - q_2 a_2 s_2) & \frac{i}{q_0} a_1 a_2 (-q_1 s_1 + q_2 s_2) & a_1 a_2 (-c_1 + c_2) & -a_1 c_1 + a_2 c_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

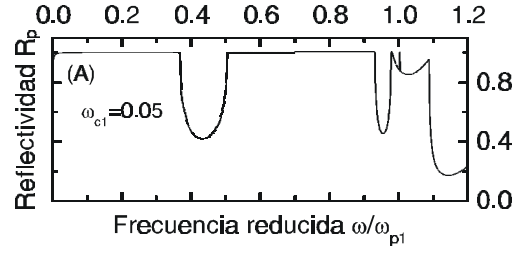
donde  $s_i = \sin q_i d_1$  y  $c_i = \cos q_i d_1$ ,  $i = 1, 2$ .

$$\mathbf{a}_i = -\frac{q_i^2 \mathbf{e}_{xz} - q_0^2 \mathbf{e}_{xx} \mathbf{e}_{xz} - q_0^2 \mathbf{e}_{yy} \mathbf{e}_{xz}}{\mathbf{e}_{xy} (q_i^2 - q_0^2 \mathbf{e}_{zz})} \text{ y } \mathbf{g} = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1.$$

donde  $s_i = \sin q_i d_1$  y  $c_i = \cos q_i d_1$ ,  $i = 1, 2$ .

$$\mathbf{a}_i = -\frac{q_i^2 \mathbf{e}_{xz} - q_0^2 \mathbf{e}_{xx} \mathbf{e}_{xz} - q_0^2 \mathbf{e}_{yy} \mathbf{e}_{xz}}{\mathbf{e}_{xy} (q_i^2 - q_0^2 \mathbf{e}_{zz})} \text{ y } \mathbf{g} = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1.$$

Los elementos de  $M_1$  para las geometrías de Faraday y perpendicular se encuentran en la literatura [1,2,3]. Una vez obtenida la expresión para  $M_1$ , se puede calcular la matriz de transferencia correspondiente para la bi-capa cuya expresión es



**Figura 2.** Curva de reflectividad  $R_p$  para una superred semiconductor—aislante con el campo externo aplicado en la geometría de Faraday. La luz incidente es de polarización P, a un ángulo de incidencia de  $45^\circ$ , la frecuencia ciclotrónica 0.05 y los anchos de las capas son

$M = M_2 M_1$ , donde  $M_1$  y  $M_2$  son las matrices de las capas 1 y 2, respectivamente.

Considerando superredes periódicas con periodo una bi-capa y siguiendo un procedimiento familiar [1,2] calculamos las mini-bandas de los magnetoplasmones mediante el empleo del teorema de Bloch,

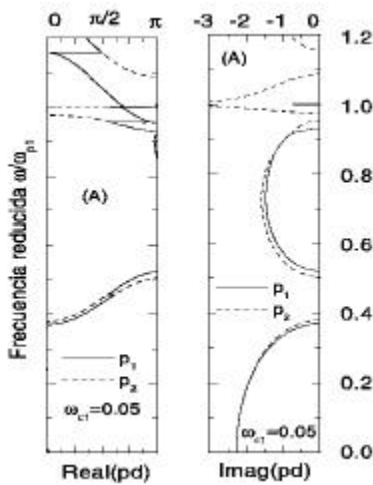
$$(M - e^{i p d}) (\vec{F})_y = 0 \quad (7)$$

donde  $M$  es la matriz de transferencia de dimensión (4x4),  $p$  es el vector de onda de Bloch unidimensional, en general complejo,  $d = d_1 + d_2$  es el periodo de la superred y

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ B_x \\ B_z \end{pmatrix}_y, \quad (8)$$

es un vector columna que representa los campos eléctrico y magnético. Al resolver la ecuación secular determinamos los vectores de Bloch de los modos colectivos de la superred. Como la dimensión de las matrices de transferencia es (4x4), la solución de la ecuación secular tiene cuatro vectores de Bloch, de los cuales dos representan ondas viajeras en la dirección positiva y dos en la dirección opuesta. Estos presentan mini-bandas y mini-brechas para la propagación de los modos de volumen. Estos modos a su vez, determinan la estructura de la reflectividad. Para precisar, los modos de volumen tienen vectores de propagación reales. Los modos de superficie tienen vectores imaginarios puros y su amplitud es máxima en la superficie y decaen exponencialmente a medida que se alejan de la superficie. Los modos complejos tienen vector de onda complejo.

Para calcular la respuesta óptica de la superred truncada se supone que luz con polarización P incide sobre la superficie de la superred. Esta onda excita dos modos que se propagan hacia el interior de la superred, una onda que se refleja con polarización P y otra con polarización S. Los modos que se propagan al interior de la superred corresponden a las soluciones del vector de onda de Bloch con  $\text{Im}(p) < 0$  (para ondas que propagan en el sentido positivo) y que son los modos que se pueden normalizar en el medio semiinfinito [6]. La



**Figura 3.** Partes Real e Imaginaria del vector de onda de Bloch  $p_1$  y  $p_2$  para una superred semiconductor-aislante en la geometría de Faraday. Los parámetros son los mismos que los de la Figura 1

expresión que usamos para la reflectividad  $R_p$  está dada como

$$R_p = \left| \frac{Z_p(0) - Z_v}{Z_p(0) + Z_v} \right|^2 \quad (10)$$

donde  $Z_p(0) = \frac{E_z(0)}{H_x(0)}$  es la impedancia de superficie del sistema y  $Z_v = \cos q$  es la impedancia del vacío.  $Z_p(0)$  se obtiene de la ecuación de eigenvalores.

Como un ejemplo, presentamos resultados de  $R_p$  para la configuración GF. El estudio se realizó considerando una superred de capas alternantes de un semiconductor y un aislante. Las frecuencias de plasma son  $w_{p1} = 1.0$  [7] y  $w_{p2} = 0.0$ , respectivamente. El ángulo de incidencia es  $q = 45^\circ$  y los espesores de las capas son  $d_1 = d_2 = w_{p1}/c$ . Los resultados de  $R_p$  se muestran en la Fig. 2 para una frecuencia de ciclotrón de 0.05 y la interpretación se da en términos de la relación de dispersión  $w = w(p)$  de los magnetoplasmones en la superred. Las relaciones de dispersión se muestran en la Fig. 3 y se describen a continuación. A frecuencias menores que 0.36, los vectores de Bloch  $p_1$  y  $p_2$  tienen partes reales pequeñas o cero y partes imaginarias finitas, esto define una mini-brecha de modos de volumen. Para frecuencias entre 0.36 y 0.5, las partes reales de  $p_1$  y  $p_2$  son diferentes de cero y las partes imaginarias pequeñas o cero, por consiguiente aparece una mini-banda. Para frecuencias mayores que 0.5, pero menores que la frecuencia de plasma, existe una mini-brecha. En las vecindades de la frecuencia de plasma, la relación de dispersión se compone de mini-bandas, mini-brechas y zonas de pseudosuperficie. La mini-banda y las mini-brechas para frecuencias menores que la frecuencia de plasma se deben al acoplamiento de las ondas de superficie del semiconductor y de las ondas de volumen del aislante [3].

Tomando en cuenta la descripción anterior de podemos decir que la reflectividad total corresponde a las

mini-brechas de las ondas de volumen y es menor que uno para las mini-bandas y las frecuencias de los modos de pseudosuperficie. De manera adicional hemos obtenido que las variaciones de los parámetros estructurales y de la intensidad del campo aplicado, producen cambios tanto en las relaciones de dispersión  $w = w(p)$  así como en  $R_p$ . El incremento en la intensidad del campo aplicado, cambia el valor de la frecuencia de ciclotrón e induce una mayor estructura en la respuesta óptica en las vecindades de la frecuencia de plasma. Una discusión más amplia se puede encontrar en la Ref. 2.

Por otro lado, las relaciones de dispersión de los magnetoplasmones de las superredes periódicas e infinitas y la reflectividad de la superred truncada muestran que los efectos de los campos externos son más importantes para las geometrías perpendicular y de Voigt modificada. Esto se puede entender si nos damos cuenta que la fuerza que ejercen los campos aplicados en las configuraciones GP y GV modificada pueden tener una componente en la dirección del campo eléctrico de la onda incidente, esto permite el acoplamiento entre el campo de la luz incidente y los modos de la superred. En contraste, en la configuración GF la fuerza inducida por el campo externo es perpendicular al campo eléctrico de la onda incidente, como consecuencia no existe acoplamiento.

Consideremos de nuevo la superred semiconductor-aislante, pero ahora con el campo aplicado en la configuración GP [1]. En este caso los vectores de Bloch presentan mini-bandas para frecuencias menores que la ciclotrónica, resonancias en las vecindades de esta frecuencia y para frecuencias entre la ciclotrónica y la de plasma, aparece una mini-brecha. A frecuencias mayores hay una mini-banda la cual se hace angosta con el aumento de la intensidad del campo aplicado. Finalmente, a frecuencias mayores se presenta una zona de modos de pseudo-superficie. Al igual que en la configuración GF, la reflectividad con polarización P presenta las mini-bandas, mini-brechas y zonas de modos de pseudo-superficie. El incremento en la intensidad del campo aplicado modifica la estructura de las curvas de la relación de dispersión  $w = w(p)$  y consecuentemente la forma de  $R_p$ . Debemos hacer notar que en esta geometría GP, aparece una estructura de las curvas de  $w = w(p)$  y  $R_p$  en las vecindades de la frecuencia ciclotrónica, indicando que los efectos del campo aplicado son más importantes para esta configuración.

Finalmente comentaremos los resultados de la geometría de Voigt modificada. La configuración se construye aplicando un campo magnético en el plano de las interfaces de la superred infinita, (paralelo a la superficie de la superred truncada). En nuestro caso consideramos incidencia normal, por lo tanto, no es posible obtener las geometrías de Faraday o Voigt como casos límite. Resultados preliminares de la reflectividad indican que la estructura más importante se obtiene en las vecindades de la frecuencia ciclotrónica y de la frecuencia de plasma.

En conclusión, hemos investigado los efectos de campos magnéticos externos en las propiedades ópticas de magnetoplasmones en superredes semiconductoras mediante el uso del método de la matriz de transferencia

de dimensión (4x4). Se han considerado las geometrías de Faraday, perpendicular y de Voigt modificada. Las superredes estudiadas se formaron con capas alternantes de dos semiconductores. Las respuestas ópticas se interpretaron en términos de las mini-bandas y mini-brechas de la propagación de los magnetoplasmones de volumen en la superred, además de los modos de pseudosuperficie. Los resultados dependen de los parámetros estructurales, y de la dirección y magnitud del campo magnético aplicado. Como resultado importante hemos encontrado que los efectos más notables aparecen en las configuraciones perpendicular y de Voigt modificada.

**Agradecimientos.** Trabajo financiando por el proyecto CONACYT-BUAP # II10G01.

## Referencias

- [1] G. Martínez, J. H. Jacobo-Escobar, P. H. Hernández, and G. H. Coccoletzi, Phys. Rev. B **59**, 10843 (1999).
- [2] G. Martínez, R. Aguilar, P. H. Hernández, and G. H. Coccoletzi, Phys. Rev. B **62**, 6916 (2000).
- [3] G. Martínez, P. H. Hernández, R. G. Serrano, X. I. Saldaña, and G. H. Coccoletzi, Superlattices and Microstructures **32**, 11 (2002).
- [4] M. S. Kushwaha and P. Halevi, Phys. Rev. B **36**, 5960 (1987).
- [5] M. S. Kushwaha and P. Halevi, Phys. Rev. B **38**, 12428 (1988).
- [6] W. L. Mochán, M. del Castillo-Mussot, and R. A. Vázquez-Nava, Phys. Stat. Solidi B **174**, 273 (1992).
- [7]  $w_{p1} = 1.0$  es una frecuencia de referencia. En este trabajo no consideramos un material particular, los estudios se pueden aplicar a cualquier semiconductor. Como ejemplo numérico de los parámetros consideremos el caso de GaAs con una concentración de portadores de  $10^{18}$ , esto da  $w_{p1} = 5.7 \times 10^{13} \text{ seg}^{-1}$ . Si  $d_1 = w_{p1}d/c = 1$  entonces  $d = 5280 \text{ \AA}$ .