

Transmisión de paquetes de ondas electromagnéticas a través de estructuras periódicas con respuesta óptica no lineal

C. Aguilar Galicia, M. Palomino Ovando
*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Posgrado en Optoelectrónica,
 Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
 Apartado Postal 1152, Puebla 72000, México*

F. Ramos Mendieta
*Centro de Investigaciones en Física, Universidad de Sonora,
 Apartado postal 5-088, Hermosillo, Sonora 83190, México.*
 (Recibido: 4 de octubre de 2003; Aceptado: 15 de mayo de 2004)

Se estudia la transmisión de paquetes gaussianos de luz a través de superredes de base no lineal (multicapas periódicas con al menos uno de los materiales constituyentes de constante dieléctrica dependiente del campo eléctrico o de la intensidad de la luz). Se calcularon los espectros de transmisión de la componente fundamental así como de los armónicos segundo y tercero. Con las frecuencias que lo componen cercanas a una banda prohibida, el paquete de onda puede construirse con la frecuencia media coincidiendo ya sea con el borde inferior, con la frecuencia media o con el borde superior de la banda prohibida. En algunos casos los paquetes transmitidos (tanto de la respuesta lineal como de los armónicos) preservan la forma pero no el valor de la frecuencia media; en otros casos los paquetes transmitidos se desdoblan dando lugar a varios picos que dejan la superred a tiempos diferentes. Los tiempos de fase fueron evaluados usando el método de fase estacionaria.

Palabras clave: Tuneleo; Superredes; Banda prohibida fotónica; Generación de armónicos

We have studied the transmission of Gaussian packets of light through nonlinear-basis superlattices (periodic multilayers with at least one of the constituent materials of dielectric constant dependent on the electric field of the light intensity). The transmission spectra for the linear response and for the first and second harmonics were calculated. With the component frequencies near a band gap, the wave packet can be constructed with the mid-frequency lying at the lower gap edge, at the gap mid-frequency or at the higher gap edge. In some cases the transmitted packets (of both the linear and harmonic responses) preserve the form, but not the mid-frequency values; in other cases the transmitted packets unfold producing peaks that leave the superlattice at different times. The phase times were evaluated using the stationary phase method.

Keywords: Tunneling; Superlattices; Photonic band-gap; Harmonic generation

1. Introducción

La propagación de ondas electromagnéticas en medios con constante dieléctrica periódica ha sido objeto de numerosas investigaciones durante los últimos años [1-6]. La característica principal de estos *crisales* artificiales es que pueden soportar bandas de frecuencias prohibidas para la transmisión de ondas electromagnéticas – los *gaps* fotónicos. La mayoría de los trabajos hechos hasta ahora se han limitado al régimen lineal en el cual las constantes dieléctricas de los materiales que constituyen el cristal son independientes de la intensidad del campo. Es sabido que la presencia de no linealidades ópticas en un sistema proporciona una respuesta a la incidencia de radiación electromagnética mucho más compleja que aquella del caso lineal. Entonces la presencia de componentes con respuesta no lineal en un cristal fotónico puede repercutir en la estructura de bandas modificando las posiciones y tamaños de las bandas prohibidas correspondientes al problema lineal.

En este trabajo estamos interesados en el tiempo de tránsito de paquetes gaussianos a través de multicapas periódicas, en donde una o las dos componentes materiales pueden

soportar efectos no lineales. El cálculo del tiempo de tránsito es de interés actual debido a su conexión con el fenómeno superluminal: la velocidad de grupo de un paquete de ondas en un medio material puede ser mayor que la velocidad de la luz en vacío. Éste es un fenómeno controversial y su entendimiento o explicación resulta de gran relevancia para la física fundamental.[6-9] Como primera aproximación al tiempo de tránsito es común [10], como aquí lo haremos, calculamos el tiempo de fase para el paquete gaussiano; obtendremos el corrimiento de la frecuencia media (el pico) del paquete al ser transmitido en la estructura. Con esta información obtendremos teóricamente el tiempo que tarda el paquete en atravesar la estructura periódica.

En un medio estratificado que soporta una estructura de bandas fotónicas (curvas de dispersión de las ondas electromagnéticas) las ondas de diferentes frecuencias que componen el paquete se propagan con diferente velocidad de fase. Por consecuencia, si la dispersión es lo suficientemente importante, los paquetes transmitido y reflejado diferirán del paquete incidente en forma y frecuencia media. Habría entonces diferencia de tiempos de transmisión entre dos paquetes que se propagan, uno a

Tabla 1. La tabla muestra para un paquete de onda gaussiano centrado en el gap en $6.75 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$, los valores del tiempo de retardo para cada uno de los armónicos, el valor de la frecuencia en la que se ubican los máximos de los picos para cada uno de los armónicos, y los correspondientes tiempos de transmisión medidos en cada caso con el uso de la ecuación 4.

PAQUETE CENTRADO EN $6.75 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ Y $\sigma = 2 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$ (Centro del gap)				
Primer Armónico				
Máximos $\times 10^{14} \text{ s}^{-1}$	6.33	7.2		
t_d (fs)	16.89	16.89		
τ (fs)	48.88	45.015		
Segundo Armónico				
Máximos $\times 10^{14} \text{ s}^{-1}$	6.34	6.6	6.88	7.2
t_d (fs)	-35.03	-35.03	-35.03	-35.03
τ (fs)	-3.09	-4.35	-5.6	-6.905
Tercer Armónico				
Máximos $\times 10^{14} \text{ s}^{-1}$	6.69	6.78	6.33	
t_d (fs)	65.82	65.82	65.82	
τ (fs)	96.08	95.68	97.81	

través de la muestra multicapa y el otro a través de vacío. Los efectos de la no linealidad en la susceptibilidad eléctrica, como veremos, afectan los tiempos de retardo en la transmisión de paquetes gaussianos.

El tiempo de fase lo calculamos con el método de fase estacionaria propuesto por Zohta [11]; nos servirá para determinar los tiempos de tránsito de los tres paquetes, el fundamental (primer armónico) y sus correspondientes segundo y tercer armónico.

2. Formalismo matemático

Se considera una superred con un índice de refracción periódico en la dirección de crecimiento z , siendo el plano xy paralelo a las interfaces. Se hace incidir un paquete construido con ondas electromagnéticas que pueden tener polarización TM o TE. Para cada una de las capas del sistema, podemos escribir:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} = \mathbf{E} + 4\pi(\mathbf{P}^{(l)} + \mathbf{P}^{NL}) \\ &= \mathbf{E} + 4\pi\chi\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}^{NL}. \end{aligned} \quad (1)$$

La susceptibilidad χ es considerada escalar (los materiales son isotrópicos). Estamos tratando con medios no magnéticos y en ausencia de corrientes eléctricas. A partir de las ecuaciones de Maxwell se obtiene la ecuación de onda:

$$\left[\nabla \times (\nabla \times) + \frac{1 + 4\pi\chi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \mathbf{E} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (2)$$

De acuerdo con Shen [12] proponemos el campo total como una suma de tres componentes:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1(\omega) + \mathbf{E}_2(2\omega) + \mathbf{E}_3(3\omega) \\ &= \mathbf{A}_1 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + \mathbf{A}_2 e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - 2\omega t)} \\ &\quad + \mathbf{A}_3 e^{i(\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r} - 3\omega t)} \end{aligned} \quad (3)$$

de donde se obtienen tres ecuaciones acopladas para $\mathbf{E}_1(\omega)$, $\mathbf{E}_2(2\omega)$ y $\mathbf{E}_3(3\omega)$.

Suponiendo que las contribuciones de $\mathbf{E}_2(2\omega)$ y $\mathbf{E}_3(3\omega)$ son pequeñas en comparación con $\mathbf{E}_1(\omega)$ (haz incidente o haz fundamental), la ecuación de onda para el primer armónico se convierte en una ecuación de onda típica. Por el contrario, las ecuaciones para el segundo y tercer armónico resultan más complicadas pues dependen, respectivamente, de las susceptibilidades de segundo y tercer orden, además de los dobles o triples productos del haz fundamental.

El cálculo de la reflexión y la transmisión requieren la aplicación de las condiciones en la frontera en cada interface de la multicapa. Para ello nosotros utilizamos el método de la matriz de transferencia. [13]

Finalmente, el tiempo de fase se obtiene aplicando la ecuación de Zohta [11].

$$\tau = \frac{d}{v} + \frac{\partial}{\partial \omega} \tan^{-1} \frac{\text{Im}(T)}{\text{Re}(T)} \quad (4)$$

donde T es la amplitud de transmisión asociada a la onda fundamental $\mathbf{E}_1(\omega)$, d es el espesor de la multicapa y v es

la velocidad de grupo asociada al paquete incidente la cual aproximamos con la relación $v = \omega / k$; al término

$t_d = \frac{\partial}{\partial \omega} \tan^{-1} \text{Im}(T)/\text{Re}(T)$ lo define Zohta como tiempo

de retardo. Similarmente pueden calcularse los tiempos de fase para las ondas de segundo y tercer orden. El paquete de onda incidente tiene asociada una distribución de momentos dado por la expresión:

$$\varphi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-ikz} \psi(z) dz \quad (5)$$

La distribución gaussiana centrada en $z = -l$, con el vector de onda promedio k_{0i} con σ_k , queda como:

$$\varphi_i(k) = \frac{1}{(2\pi\sigma_k^2)^{1/4}} e^{ikl} e^{-\frac{(k-k_{0i})^2}{4\sigma_k^2}} = g(k-k_{0i}) e^{ikl} \quad (6)$$

Las funciones de distribución para los paquetes de onda transmitido y reflejado son proporcionales a los coeficientes de transmisión y reflexión

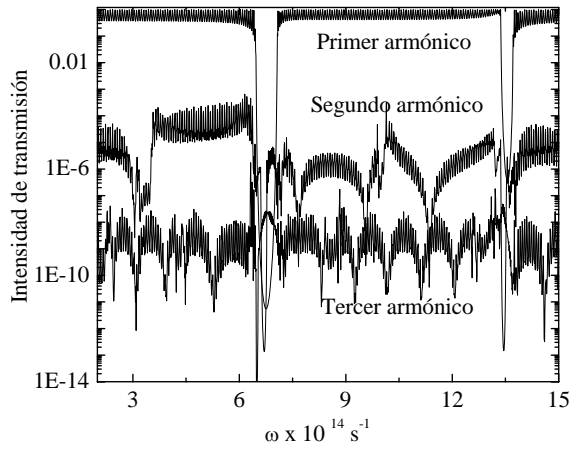


Figura 1. Intensidad de transmisión en función de la frecuencia para cada uno de los armónicos que se propaga en una estructura de gap fotónico con un número total de 100 periodos, en escala logarítmica, el primer gap se encuentra entre 6.41 y $7.1 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

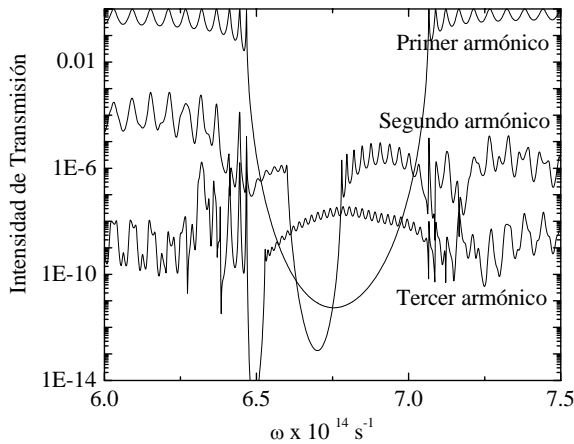


Figura 2. Muestra una ampliación de la figura 1 en la región de frecuencias prohibidas con el fin de observar la predominancia de la intensidad de transmisión del segundo y tercer armónico sobre el primero en dicha región.

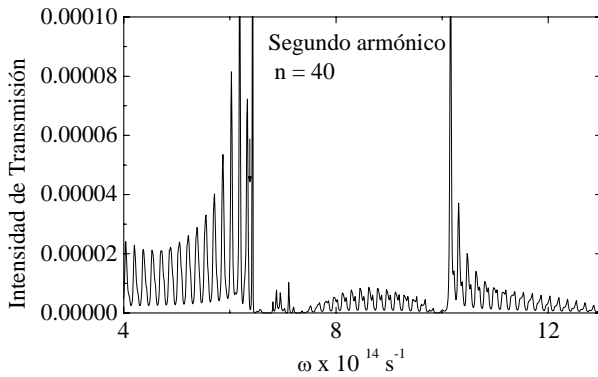


Figura 3. Intensidad de la transmisión para el segundo armónico en una estructura de 40 periodos de AlGa/GaAs, se observa que en la primera frontera del gap del primer armónico ubicada en $6.03 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ y la segunda frontera del segundo gap en $1.01 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ la intensidad del segundo armónico crece respecto al resto de la estructura de bandas.

$$\phi_t(k) = g(k - k_{oi}) |t| \tag{7}$$

$$\phi_r(k) = g(k - k_{oi}) |r| \tag{8}$$

Más detalles sobre el método de fase estacionaria pueden encontrarse en la Referencia [15].

3. Resultados

Se hicieron cálculos para una superred AlAs/GaAs. La contribución no lineal de ambos materiales fue considerada. Los índices de refracción lineal para el fundamental, segundo y tercer armónico son $n_{\text{AlAs}} \rightarrow 2.868, 2.9, 2.98$ y $n_{\text{GaAs}} \rightarrow 3.31, 3.35, 3.5138$, respectivamente.[14] Las ondas tienen polarización TM e inciden sobre la superred finita con un ángulo de 20° . Los anchos de las capas que forman la estructura son respectivamente $d_{\text{AlAs}} = 2.0 \times 10^{-5} \text{ cm}$ y $d_{\text{GaAs}} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ cm}$. Sabemos que la longitud de onda incidente cuya dispersión da lugar a la banda prohibida fundamental (la banda prohibida de frecuencias más bajas) en una superred satisface la relación $\lambda = 2n_0d$, con n_0 el índice de refracción lineal promedio y d la constante de red unidimensional. Como n_0 es del orden de 3, encontramos que $\lambda \sim 2.7 \mu\text{m}$. Esto nos da una estimación de la longitud de onda (o equivalentemente frecuencia $\omega = 2\pi c/\lambda \sim 7 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$) en donde esperar el primer gap de la respuesta lineal. Es sabido que las bandas electrónicas prohibidas para el AlAs y el GaAs se encuentran en el infrarrojo, $0.8 - 1 \mu\text{m}$. Entonces no es necesario considerar correcciones por efectos de absorción en los materiales constituyentes pues estamos interesados en los efectos no lineales en longitudes de onda mayores a aquellas correspondientes a sus bandas electrónicas prohibidas.

En la Fig. 1 presentamos tres espectros de la intensidad de transmisión en escala logarítmica a través de una muestra de 100 periodos. El de intensidad mayor corresponde a la componente lineal (primer armónico); debajo de éste se ubican las soluciones para los armónicos segundo y tercero. Como es esperado la intensidad de la respuesta lineal en promedio es mucho mayor a la de los armónicos segundo y tercero. No obstante hemos encontrado una peculiaridad. En frecuencias correspondientes a la primera banda prohibida lineal, de 6.41 a $7.1 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$, la intensidad del segundo armónico puede ser mayor que la intensidad de la componente lineal (en adelante evitaremos el 10^{14} s^{-1} para referirnos a la frecuencia). Y más aún, el tercer armónico puede dar lugar a una transmisión mayor que la de los dos primeros armónicos. Esto lo podemos observar con claridad en la Fig. 2. En los rangos de frecuencias de 6.5 a 6.6 y de 6.8 a 7 , el segundo armónico es dominante, pero el tercer armónico lo es en el rango de 6.6 a 6.8 .

Una característica adicional de las soluciones tiene que ver con la intensidad de los picos de transmisión del segundo armónico.

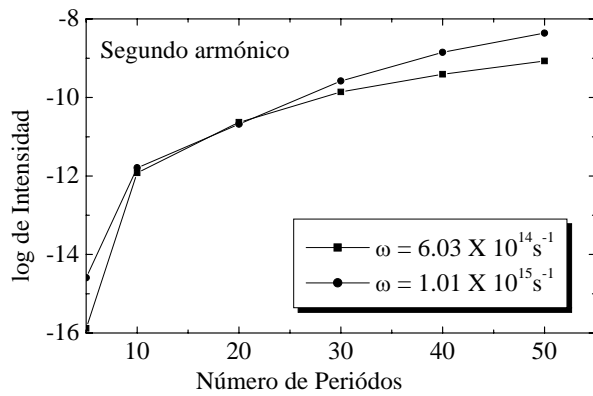


Figura 4. Intensidad del logaritmo de transmisión para el segundo armónico en función del número de períodos, para las frecuencias de $6.03 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ y $1.01 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, obsérvese como existe un crecimiento exponencial de la intensidad del segundo armónico a partir de 10 períodos en las frecuencias indicadas.

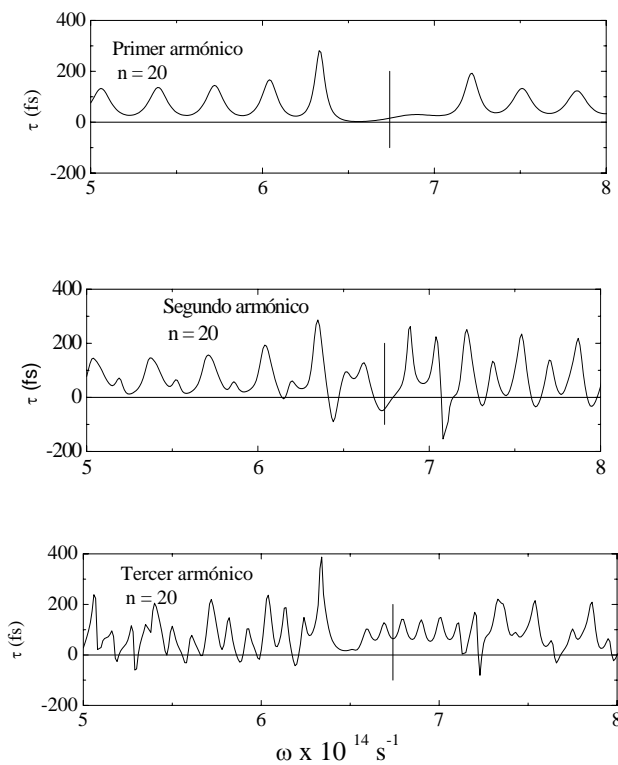


Figura 5. Tiempos de retardo calculados mediante la ecuación (4) para una superred de 20 períodos, para el primer armónico se observan tiempos reducidos en las regiones correspondientes a la frecuencia del gap, sin embargo los tiempos de retardo para el segundo y tercer armónico alcanzan valores negativos, la raya vertical indica el centro del gap, donde el segundo armónico es negativo.

En general los picos se amplifican conforme se incrementa el número de capas en la muestra pero no todos lo hacen de igual forma. Por ejemplo, en la Fig. 3

presentamos el espectro para $n = 40$. Identificamos dos bandas prohibidas centradas en 6.7 y 8.9. Si observamos el segundo armónico en la Fig. 1 notamos la existencia de otra banda prohibida debajo de 6.7, centrada aproximadamente en 3.3, la cual por estar en región de frecuencias de oscilación de la solución lineal no define la mínima transmisión con una curva suave. Los límites de esta banda prohibida están asociados al borde de la zona de Brillouin (para segundo armónico) $k = \pi/2d$. Entonces, las frecuencias de la banda prohibida centrada en 6.7 tienen asociados los bordes de zona $k = \pi/d$ (o equivalentemente $k = 0$ si pensamos en la zona reducida). Luego, los bordes de zona asociados a la banda prohibida en 8.9 tiene el valor $k = 3\pi/2d$ (o $k = \pi/2d$ en el esquema de zona reducida). Lo que la Fig. 3 nos deja ver es que la densidad de modos de segundo orden no es igual en los bordes de cada región prohibida. Además, como muestra la Fig. 4, esta densidad de modos depende del número de capas en la superred. En la Fig. 4 estamos graficando la transmisión en las frecuencias correspondientes a los bordes izquierdo y derecho de las bandas prohibidas primera y segunda, respectivamente, de la Fig. 3. Como puede verse, la intensidad del segundo armónico crece conforme aumenta el número de capas en la muestra. Esto indica que los efectos no lineales responsables de la generación del segundo armónico son acumulativos.

Evaluamos ahora el tiempo de retardo t_d definido en la Ec.

4. Físicamente t_d es el tiempo de atraso o adelanto del pico de transmisión cuya frecuencia media difiere de la frecuencia media del paquete incidente. En la Fig. 5 presentamos los tiempos de retardo para los tres armónicos en una muestra de 20 bicapas. Notamos que para el modo fundamental todos los tiempos son positivos, mientras que para los armónicos segundo y tercero existen pequeñas regiones con tiempos negativos. Es decir, la muestra soporta transmisión superluminal sólo para los armónicos de segundo y tercer orden, aún para frecuencias fuera de las bandas prohibidas.

El tiempo de retardo juega un papel importante en la definición del tiempo de tránsito de un paquete de ondas que incide sobre la superred. Cuando un paquete Gaussiano es muy angosto, el tiempo que tarda el pico del paquete transmitido en abandonar la muestra (tiempo de tránsito) se aproxima al tiempo de retardo de una onda de igual frecuencia a la frecuencia media del paquete. No obstante, debido a la anchura del paquete, la diferencia de tiempo de retardo de cada onda componente conlleva a la deformación del paquete transmitido dando lugar a un tiempo de tránsito diferente al tiempo de retardo de la onda de frecuencia media del paquete incidente.

Consideramos paquetes gaussianos de anchura $\sigma = 0.8 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$ incidiendo sobre la muestra de 20 bicapas.

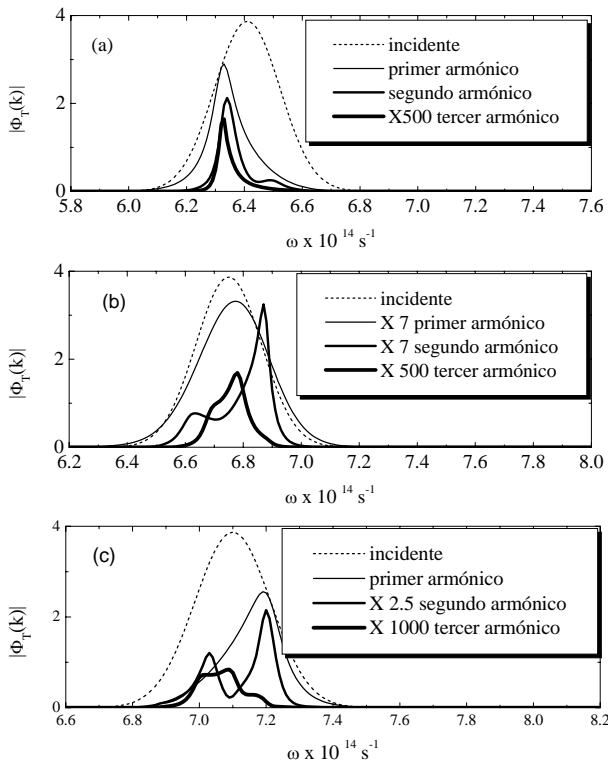


Figura 6. Paquete de onda gaussiano en el espacio de las frecuencias, para tres casos, centrado en la primera frontera del gap, (a), en el centro del gap (b) y en la segunda frontera del gap (c), para una estructura construida con 20 periodos y con un ancho de $\sigma = 0.8 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$ del paquete incidente la escala vertical es arbitraria y dado el ancho del paquete sólo se observa el desdoblamiento del segundo armónico.

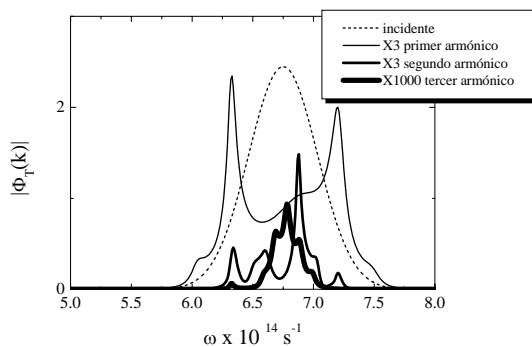


Figura 7. La figura muestra el paquete de onda gaussiano incidente centrado en el gap (línea punteada), y primero segundo y tercer armónico del paquete transmitido, para una estructura de 20 periodos y con un ancho de $\sigma = 2.0 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$, dado que el ancho del paquete es mayor al mostrado en la figura 6, pueden observarse desdoblamientos de los tres armónicos, para una frecuencia de $6.88 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ la amplitud del segundo armónico es mayor que la del primer armónico.

Estudiamos tres casos con la frecuencia media ω_0 dentro o cercana a la banda prohibida centrada en 6.7: (a) paquete incidente con ω_0 en el borde izquierdo de la banda prohibida, (b) paquete incidente con $\omega_0 = 6.7$ y, (c) paquete incidente con ω_0 coincidente con el borde derecho de la banda prohibida.

Como el objetivo es observar corrimientos de los valores medios de los paquetes transmitidos de los tres armónicos, en las Figs. 6 (a), (b) y (c) graficamos sus correspondientes funciones de distribución en escalas de intensidad arbitrarias. Como puede observarse sólo el primer armónico mantiene la forma del paquete incidente mientras que el segundo y tercer armónicos toman una estructura más complicada. La frecuencia de los picos corresponde en general a la presencia de estados oscilantes en el espectro del armónico respectivo. Sólo en la Fig. 6 (b) notamos un ligero desplazamiento del primer armónico hacia frecuencias superiores el cual no coincide con modos oscilantes accesibles pues se encuentra dentro de la banda prohibida (del modo fundamental). El efecto tiene que ver con el hecho de que algunas ondas tunelán la multicapa (las ondas de frecuencias centrales), mientras que otras ondas (en ambos extremos del paquete) se transmiten oscilando. Entonces, la diferencia de velocidades deforma el paquete fundamental desplazando ligeramente hacia la derecha su frecuencia central.

Hemos mencionado que las ecuaciones que definen los tiempos de retardo y tiempos de fase se obtienen a partir de la ecuación (4). Finalmente y a manera de ejemplo presentamos aquí los tiempos para la transmisión de un paquete centrado en la primera banda prohibida. La anchura $\sigma = 2 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$ es suficiente para que los extremos del paquete alcancen los límites de esa banda. Como consecuencia se obtiene la estructura de los armónicos mostrada en la Fig. 7. Para la respuesta lineal se aprecia la salida de dos máximos centrados en las frecuencias correspondientes a los bordes de la banda prohibida, mientras que para los otros dos armónicos la transmisión es mucho más complicada presentando varios picos. Enfocándonos en los picos más significativos encontramos para ellos los tiempos mostrados en la Tabla I. Es notoria la diferencia de tiempos para cada uno de los armónicos del paquete transmitido. Entre uno y otro armónico esta diferencia puede ser hasta de un orden de magnitud. Nótese la ocurrencia de tiempos de tránsito negativos para el segundo armónico. Considerando los resultados de la Fig. 2 donde se observa que para esta región de frecuencias la intensidad de la transmisión del segundo armónico puede ser mayor que la del haz fundamental, es posible obtener señales transmitidas de la misma intensidad en tiempos que difieren hasta de 50 fs.

4. Conclusiones

Se obtuvieron las funciones de distribución para el primero, segundo y tercer armónico de un paquete transmitido en una superred construida con dos medios alternados que presentan una respuesta no lineal al tránsito de la radiación electromagnética. Hemos encontrado que las intensidades de los armónicos segundo y tercero pueden ser mayores que aquella del haz fundamental en frecuencias correspondientes a una banda prohibida, los valores encontrados para los tiempos de fase se reducen considerablemente: en el caso del primer armónico para valores de frecuencia dentro de una banda prohibida; y para el segundo y tercer armónicos en regiones de frecuencia tanto dentro como fuera de esa banda prohibida. El tiempo de tránsito entre cada uno de los armónicos puede diferir hasta en un orden de magnitud, y existe una diferencia de varios femtosegundos para las señales en cada uno de los paquetes en que se han desdoblado los armónicos. El paquete de onda al transmitirse en la estructura, presentan una estructura compleja que se incrementa en la medida que es mayor el ancho del paquete.

Referencias

- [1] J. Ward, Contemporary Physics, **40**, 117 (1999).
- [2] J.D. Joannopoulos, Robert D. Meade, and Joshua N. Winn, Photonic Crystal: Molding the flow, Princeton University press, 1995.
- [3] J. B. Pendry, Journal of Modern Optics, **41**, 209 (1994).
- [4] M. Scalora M. J. Bloemer, A. S. Manka J. P. Dowling, C. M. Bowden, R. Viswanathan, J. W. Haus, Phys Rev A, **56**, 3166 (1997).
- [5] Wei Chen D. L. Mills Phys. Rev B, **36**, 6269 (1987).
- [6] T. E. Hartman, J. Appl. Phys., **33**, 3427 (1962).
- [7] M. Büttiker, R. Landauer, Phys Rev. Lett. **49**, 1739 (1982).
- [8] M. Büttiker, Phys. Rev. B **27**, 6178 (1983).
- [9] Spielmann R. Szipocs, A. Stingl F. Krausz, Phys. Rev. Letters, **73** 2308 (1994).
- [10] H. P. Simanjuntak, P. Pereyra, Phys. Rev. B **67**, 045301 (2003).
- [11] Y. Zohta, Solid State Commun, **73**, 845 (1990).
- [12] Y Zohta Phys. Rev. B **41**, 7879 (1990).
- [13] Y.R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics, Wiley, (1984).
- [14] D.S. Bethune, J. Opt. Soc. Am. B. **6**, (1989).
- [15] Handbook of optical constants of solids Ed. E.P. Palik, Academic Press (1985).
- [16] M. Palomino-Ovando, H. A. Coyotecatl, R. Esquivel_Sirvent, G. H. Cocoltzi, Physics Letters A, **267**, 429 (2000).
- [17] M. Palomino D. Rios, F. Ramos-Mendieta, Optics Communications. **217**, 47 (2003).
- [18] Veríssimo M. de Aquino, Valdir C. Aguilera-Navarro, Mario Goto, and Hiromi Iwamoto, Phys. Rev. A, **58**, 4359 (1998).