DIFRACCION RIGUROSA DE UN MODO GUIADO POR LA UNION DE DOS PELICULAS

O. Mata-Méndez* y R. Petit**

*** E.S.F.M. - I.P.N. México, D. F., C.P 07738**
**** Universidad de Marsella, Francia**

Presentamos una teoría rigurosa para el estudio de la difracción de un modo guíado, cuando éste interacciona con la interfase entre dos películas de diferente permitividad. Se muestra numéricamente como la energía del modo transmitido depende de las permitividades. Se encuentra que no hay prácticamente energía reflejada (guiada ó difractada).

INTRODUCCION

El estudio de la propagación de modos guiados en películas lisas es muy extenso. Se ha tratado también la interacción de los modos guiados con imperfecciones en las películas, pudiendo ser estas imperfecciones periódicas o no. El lector puede encontrar una extensa bibliografía en Mata-Halevi [1], Halevi-Mata [2], Stegeman [3].

Recientemente ha habido interés en considerar el caso cuando la imperfección es debida a la unión de dos películas lisas de diferente permitividad [3,4]. En general las teorías presentadas son aproximadas [3,4], ya que evitan los llamados modos del continuo, los cuales son responsables del proceso de difracción que resulta de la interacción entre el modo guiado y la interfase. En este artículo presentamos un tratamiento riguroso de este problema y mostramos como los modos del continuo pueden ser considerados dentro de la teoría. Claramente mostramos como estos modos influyen en la cantidad de energía transmitida guíada.

FORMULACION

Nuestro sistema consta de dos películas lisas de espesor h y de diferente permitividad (ϵ_1 y ϵ_2), localizadas en un medio homogéneo de permitividad ϵ_0, como se muestra en la figura 1. La interfase entre las dos películas es plana. Supondremos que una onda harmónica guiada se propaga por la película de la izquierda. Tratamos de determinar el campo total y más precisamente, la fracción de energía incidente transportada por el modo guíado que se propaga en la película de la derecha. Nos limitaremos al caso de materiales no-absorbentes y permitividades positivas. Primero trataremos la polarización T.E. (campo eléctrico paralelo a O_z) y mencionaremos como se puede extender la formulación a la polarización T.M. (campo magnético paralelo a O_z).

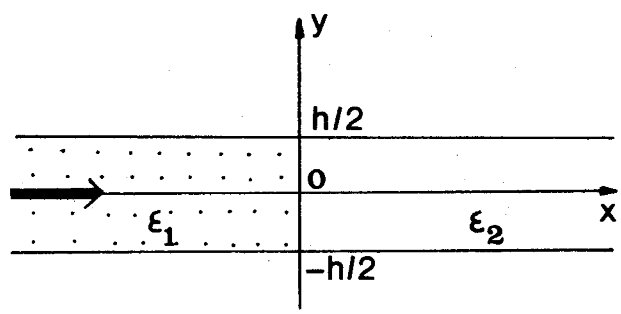

Fig. 1 Nuestro Sistema

Para resolver nuestro problema es necesario resolver la ecuación de Helmholtz en todo el espacio. El método que utilizaremos es similar al empleado en Mecánica Cuántica, es decir, emplearemos una teoría espectral. Para esto, plantearemos un problema de valores propios, donde el operador L será una parte de la ecuación de Helmholtz. A las funciones propias les llamaremos en lo que sigue "los modos de la película". Dado que el sistema no esta acotado en Y, habrá modos discretos $\phi_{g,i}$ y modos continuos ϕ_i, como se muestra a continuación.

Para cada $x = x_0$ fija, se puede descomponer el campo total $E(x,y)$ sobre una base generalizada formada por los modos de la película asociadados a x_0:

$$\forall x < 0, \quad E(x,y) = A_1(x)\phi_{g,1}(y) + \int B_1(x,\beta)\, \phi_1(\beta,y)\, d\beta$$

$$\forall x > 0, \quad E(x,y) = A_2(x)\, \phi_{g,2}(y) + \int B_2(x,\beta)\, \phi_2(\beta,y)\, d\beta \qquad (1)$$

donde $\phi_{g,i}(y)$ ó $\phi_i(\beta,y)$ son soluciones del problema de valores propios siguientes:

$$L\ \phi_i(y) = \alpha^2\phi_i(y) \text{ con}$$

$$L = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_i^2(y) \qquad (2)$$

donde

$$k_i^2(y) = \begin{cases} k_0^2, & |y| > h/2 \\ k_0^2\varepsilon_i, & |y| < h/2 \end{cases} \qquad (3)$$

$$\phi_i(y) \text{ es acotada cuando } y \to \pm\infty \qquad (4)$$

$$\phi_i(y) \text{ y } \frac{\partial \phi_i(y)}{\partial y} \text{ continuas en } y = \pm h/2 \qquad (5)$$

La variable β en ec. (1) está ligada a la variable α, donde el cuadrado es el valor propio de ec. (2), por la relación:

$$\beta^2 + \alpha^2 = k_0^2 \qquad (6)$$

Para una película dada ($\varepsilon_i > 0$ y $\varepsilon_0 > 0$ fijos), las funciones $\phi_{g,i}$ que corresponden a los modos guíados tienen los valores en el siguiente rango:

$$k_0^2 < \alpha_{g,i}^2 < k_i^2 \qquad (7)$$

mientras que los valores propios de las funciones ϕ_i constituyen el continuo:

$$\alpha^2 < k_0^2 \qquad (8)$$

ningún otro valor es aceptable.

Es conveniente dar una explicación física de los modos $\phi_{g,i}$ y ϕ_i. Los modos $\phi_{g,i}$, van a dar lugar a los modos guíados ordinarios de una película . Los ϕ_i serán los responsables del proceso de difracción, es decir, cuando un modo guiado interacciona con la unión de dos películas, parte de su energía será radiada al exterios al exitar los modos del continuo.

En cada región homogénea, el campo eléctrico total verifica la ecuación de Helmholtz. Luego de ec. (1) obtenemos para guías monomodos:

$$E(x,y) = \left(e^{i\alpha_{g,1}x} + R_g e^{-i\alpha_{g,1}x}\right)\phi_{g,1}(y) + \int_0^\infty R(\beta)\, e^{-i\alpha(\beta)x}\, \phi_1(\beta,y)\, d\beta \qquad (9)$$

$$x<0$$

$$E(x,y) = T_g\, e^{i\alpha_{g,2}x}\, \phi_{g,2}(y) + \int_0^\infty T(\beta)\, e^{i\alpha(\beta)x}\, \phi_2(\beta, y)\, d\beta \qquad (10)$$

$$x>0$$

Considerando $e^{i\alpha_{g,1}x}\, \phi_{g,1}(y)$ como el campo incidente guiado, la interpretación física de ecs. (9) y (10) es inmediata. R_g es el coeficiente de reflexión del modo guiado, T_g el coeficiente de transmisión del modo guiado, mientras que $R(\beta)$ y $T(\beta)$ caracterizan la radiación a la izquierda y a la derecha de la discontinuidad en x=0. Nuestra meta es determinar los dos números complejos R_g y T_g, así que las dos funciones complejas $R(\beta)$ y $T(\beta)$.

Las condiciones de continuidad de E y de su derivada normal en x=0, además de la clásica relación de ortogonalidad entre modos nos conduce a la siguiente ecuación integral:

$$2\phi_{g,1}(y) + \frac{i}{\alpha_{g,1}}\langle\dot{E}(y),\phi_{g,1}(y)\rangle\, \phi_{g,1}(y) + \int_0^\infty \frac{i}{\alpha}\langle\dot{E}(y),\phi_1(\beta,y)\rangle\phi_1(\beta,y)\,d\beta =$$

$$\frac{i}{\alpha_{g,2}}\langle\dot{E}(y),\, \phi_{g,2}(y)\rangle\, \phi_{g,2}(y) - \int_0^\infty \frac{i}{\alpha}\, \langle\dot{E}(y),\phi_2(\beta,y)\rangle\phi_2(\beta,y)\, d\beta \qquad (11)$$

donde la incógnita es $\dot{E}(y)$, que no es otra que la derivada normal del campo total en x=0. Y además:

$$\langle f(y), g(y)\rangle \overset{def}{=} \int_0 f(y)\,\overline{g(y)}\,dy. \tag{12}$$

Será posible transformar esta ecuación integral en un sistema lineal, si expresamos E(y) sobre la base de Leguerre $L_n(y)$:

$$\dot{E}(y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n L_n(y) \tag{13}$$

Si reemplazamos ec. (13) en ec. (11), obtendremos el sistema lineal, donde las incógnitas son los coeficientes C_n de ec. (13).

Para el caso T.M. el método es similar, la única variante es que después de aplicar las condiciones frontera apropiadas a este caso es polarización, se expresa la ecuación integral en términos de la nueva incógnita $\dot{H}(y)$:

$$\dot{H}(y) \overset{def}{=} \frac{1}{\varepsilon-}\,\frac{\partial H}{\partial x}(O_-,y) = \frac{1}{\varepsilon+}\,\frac{\partial H}{\partial x}(O_+,y) \tag{14}$$

RESULTADOS NUMERICOS

En la figura 2 y 3, para el caso T.E. y T.M., mostramos como el cociente entre las permitividades de las dos películas influye en el coeficiente de transmisión T_g. Se muestra una influencia mayor de este cociente en el caso T.E.

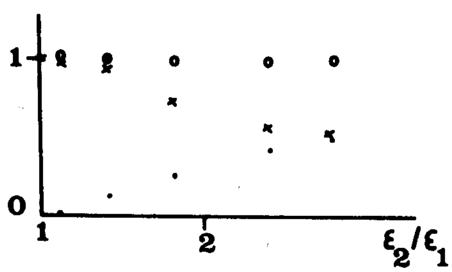

Fig.2.Caso T.E., $h/\lambda_0 = 0.1$, y $\varepsilon_1 = 1.5$(xxx T_g,....TD,ooo T_g + TD)

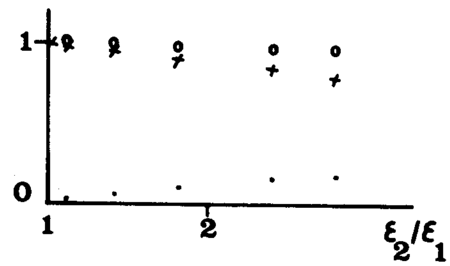

Fig.3. Cas T.M., mismas consideraciones que en figura 2.

Hemos definido como TD, al cociente entre la energía difractada a la derecha de x=0 y la energía del modo incidente. Se observa que T_g + TD es aproximadamente la unidad, esto nos implica que no hay reflexión de la onda guiada incidente, es decir, no existe onda guiada reflejada, ni difractada a la izquierda de x=0, es decir, para x<0.

REFERENCIAS

1) O.Mata-Méndez y P. Halevi, Phys.Rev. B36, 1007 (1987).
2) P.Halevi y O. Mata-Méndez, Phys.Rev. B39, 5694 (1989).
3) Stegeman G., Maradudin A. Rahman T., Phys.Rev. B23, 2576 (1981).
4) Charles Vassallo, "Théorie des guides d'ondes electromagnétiques", Ed. Eyrolles, Paris (1985).

* Becario de COFAA-IPN