

**AMPLIFICACION DEL CAMPO ELECTRICO DENTRO DE UNA ACANALADURA
METALICA : POLARIZACION T.E**

A. Zuñiga Segundo, y O. Mata Mendez *

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE FISICA Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE FISICA
 C.P 07738, Lindavista, México, D.F.

Se estudia el comportamiento del campo eléctrico cerca de una acanaladura metálica de conductividad infinita. Una teoría modal es empleada y solo se considera el caso T.E. Se analiza numéricamente la influencia de haz en la amplificación del campo.

INTRODUCCION

Recientemente ha habido interes en el estudio de campos eléctricos cerca de las irregularidades de una superficie. Este interes ha sido motivado por el hecho de que es posible obtener indirectamente una estimación del efecto Raman superficial amplificado, a partir del campo eléctrico existente cerca de las superficies. Teóricamente se ha encontrado que la razón $G = |E/E_0|$ (donde E es el campo eléctrico cerca de la superficie y E_0 es el campo eléctrico incidente), depende del material empleado [1] y que este cociente es mayor para una red de difracción que para una superficie lisa [2][3]. Se ha estudiado la amplificación del campo producido por diferentes configuraciones, entre las que se encuentran: hemisferios [1], redes de difracción de paso cuadrado [4], redes bidimensionales [5], superficies rugosas [6], redes metálicas con acanaladuras rectangulares [7], etc.

Debemos de mencionar que en todas las referencias arriba citadas, se estudia la amplificación del campo producida por una onda incidente plana. En este trabajo quitaremos esta restricción y estudiaremos el caso más realista en que la onda incidente es de tipo Hermite-Gauss. Como veremos esto nos da más posibilidades de aplicación. Supondremos que la onda incide sobre una acanaladura rectangular en un metal de conductividad infinita. En el espectro visible, este modelo de conductividad infinita es apropiado para la plata y el aluminio, así que al menos para estos metales nuestras conclusiones serán apropiadas.

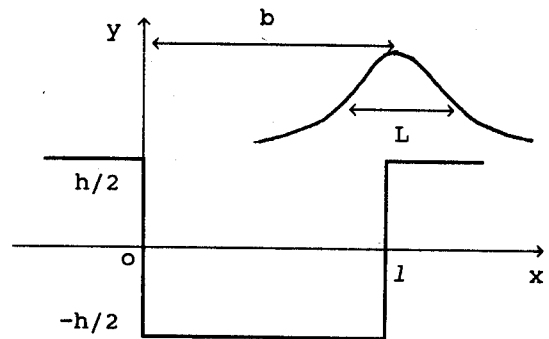


Fig 1: Nuestro sistema

FORMULACION DEL PROBLEMA

Consideremos una pantalla metálica infinitamente conductora, en la cual se tiene una acanaladura de altura h y ancho l , paralela al eje oz . La acanaladura es iluminada por un haz monocromático de longitud de onda $\lambda = 2\pi/k$, el cual es independiente de la variable z , (onda cilíndrica). En lo que sigue supondremos la dependencia en el tiempo $\exp(-i\omega t)$. Resumimos en la figura 1 nuestras notaciones. Nótese que hemos fijado la posición de nuestro haz incidente, con respecto al eje oy , por el parámetro b , siendo su ancho L .

La inicidad de la solución y la invariancia del sistema bajo una translación paralela al eje oz implican que los campos eléctrico E y magnético H sean independientes de la coordenada z . En este trabajo consideraremos que el campo eléctrico del haz incidente es paralelo a la acanaladura, es decir, consideraremos

el caso T.E de polarización.

Denotaremos la componente del campo total en la dirección z por E.

Fuera del metal se debe verificar la ecuación de Helmholtz.

$$\partial_x^2 E + \partial_y^2 E + k^2 E = 0 \quad (1)$$

Para determinar a E, debemos imponer alguna condición de frontera en la interfase metal-vacio. Como el metal es de conductividad infinita, la condición frontera apropiada al caso T.E es la anulación de E, es decir:

$$E = 0 \quad \text{sobre el metal} \quad (2)$$

Dividamos al espacio en tres regiones, como se muestra a continuación, y determinemos la solución general de la ecuación (1) en cada una de ellas.

Para $y > h/2$, la solución general E es:

$$E_1(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k}^k A(\alpha) e^{i(\alpha x - \beta y)} d\alpha + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} B(\alpha) e^{i(\alpha x + \beta y)} d\alpha \quad (3)$$

donde $\alpha^2 + \beta^2 = k^2$, Identifiquemos la primera integral como el campo incidente, con amplitud arbitraria A(α). En el caso de una onda plana $A(\alpha) = \delta(\alpha - \alpha_0)$, estando relacionada α_0 al ángulo de incidencia. La segunda integral corresponde al campo difractado hacia arriba ($y > 0$).

Para $h/2 \geq y \geq -h/2$, es fácil ver que la solución general E_2 que verifica la condición frontera dada en la ecuación (2) es:

$$E_2(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(\mu_n y) + b_n \sin(\mu_n y) \right] \phi_n(x) \quad (4)$$

donde:

$$\phi_n(x) = \begin{cases} \sin(n\pi x/l) & 0 \leq x \leq l \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (5)$$

Para $-h/2 > y$, el campo E debe satisfacer:

$$E_3(x, y) = 0 \quad (6)$$

De las ecuaciones (3)-(6) se sigue que hay tres incognitas a determinar:

$$B(\alpha), a_n, b_n$$

Supondremos que A(α) es predeterminada, es decir, el haz incidente es conocido.

Es posible determinar estas incognitas si acoplamos E_1 y E_2 en $y=h/2$, E_2 y E_3 en $y=-h/2$, teniendo en cuenta que en la acanaladura la derivada parcial con respecto a y es continua.

Como el campo eléctrico E es continuo en $y=h/2$ se obtiene:

$$A(\alpha) \exp(-i\beta h/2) + B(\alpha) \exp(i\beta h/2) =$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(\mu_n h/2) + b_n \sin(\mu_n h/2) \right] \hat{\phi}_n(\alpha) \quad (7)$$

y como también es continua en $y=-h/2$, se sigue que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(\mu_n h/2) + b_n \sin(\mu_n h/2) \right] \hat{\phi}_n(\alpha) = 0 \quad (8)$$

donde $\hat{\phi}_n(\alpha)$ es la transformada de Fourier de $\phi_n(x)$.

El teorema de Parseval-Plancherel implica la siguiente relación de ortogonalidad entre las $\phi_n(\alpha)$:

$$\langle \hat{\phi}_n(\alpha); \hat{\phi}_m(\alpha) \rangle = 1/2 \delta_{nm} \quad (9)$$

donde el producto interno se ha definido como sigue:

$$\langle f(\alpha); g(\alpha) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha) g^*(\alpha) d\alpha \quad (10)$$

si realizamos el producto interno de la ecuación (8) y $\hat{\phi}_n(\alpha)$, se obtiene:

$$a_n = b_n \tan(\mu_n h/2) \quad (11)$$

si sustituimos este producto interno de la ecuación (7), podemos despejar B(α) en términos de b_n :

$$B(\alpha) = -A(\alpha) \exp(-i\beta h) + \sum_{n=1}^{\infty} 2a_n \sin(\mu_n h/2) \hat{\phi}_n(\alpha) \exp(-i\beta h/2) \quad (12)$$

Hasta ahora solo hemos utilizado la continuidad de E en $y=\pm h/2$. Tenemos todavía a nuestra disposición otra condición, la continuidad de $\partial_y E$ en la tapa de la acanaladura, es decir, en los puntos $0 < x < l$, en $y=h/2$.

Como $\phi_n(x)$ es nula fuera de esta tapa, el teorema de Parseval-Plancherel nos

conduce a:

$$\langle \partial_y \hat{E}_1(\alpha, h/2) - \partial_y \hat{E}_2(\alpha, h/2) ; \hat{\phi}_m(\alpha) \rangle = 0 \quad (13)$$

Si utilizamos las condiciones de ortogonalidad de las $\hat{\phi}_n(\alpha)$ y la expresión dada en la ecuación (12), será posible obtener un sistema de ecuaciones lineales para los coeficientes b_n :

$$\sum_{n=1}^{\infty} M_{mn} b_n = S_m \quad (14)$$

donde:

$$M_{mn} = 2i \text{sen}(\mu_n h/2) \langle \beta(\alpha) \hat{\phi}_n(\alpha) ; \hat{\phi}_m(\alpha) \rangle - \frac{\mu_m l \cos(\mu_m h)}{2 \cos(\mu_m h/2)} \delta_{n,m} \quad (15)$$

$$S_m = 2i \langle \beta(\alpha) A(\alpha) e^{-i\beta h/2} ; \hat{\phi}_m(\alpha) \rangle \quad (16)$$

Dado el campo incidente con amplitud $A(\alpha)$, podemos resolver la ecuación (14) para los coeficientes b_n . El campo total en el canal puede ahora determinarse de los valores de b_n y de las ecuaciones (8) y (11):

$$E_2(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\tan(\mu_n h/2) \cos(\mu_n y) + \text{sen}(\mu_n y) \right] \phi_n(x) b_n \quad (17)$$

RESULTADOS NUMERICOS

Antes de intentar resolver el sistema de la ecuación (14), debemos fijar la estructura del haz incidente. Supondremos que el haz incidente es de tipo Hermite-Gauss y que su amplitud $A(\alpha)$ cuando incide normalmente y está centrado en el canal es [8]:

$$A(\alpha) = L/2 (i)^m H_m \left(-\frac{L\alpha}{2^{3/2}} \right) \exp i(-\alpha l/2 + \beta h/2) \exp(-L^2 \alpha^2 / 2^3) \quad (18)$$

Los programas numéricos, fueron verificados con el teorema de la conservación de la energía, con una precisión mejor que 10^{-3} .

En la figura 2 damos las curvas de nivel de parámetro G en la acanaladura, cuando $L/l=1$, $b/l=0.5$, $\lambda/l=1.9$ y la onda Gaussiana incide normalmente.

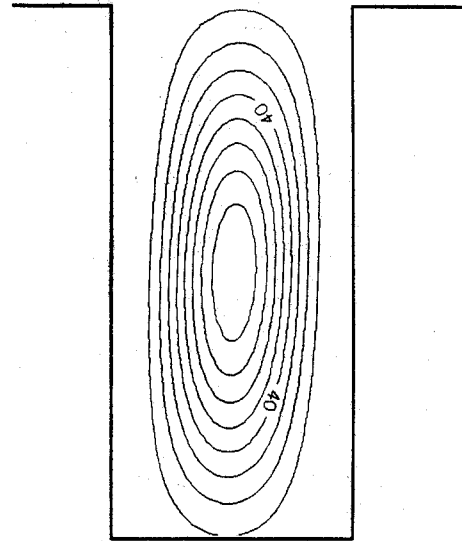


Fig 2. Curvas de nivel de G dentro de canal

La amplificación de campo máxima se obtiene en el centro de la cavidad y tiene un valor de G de 80. Es notable ver la regularidad y la simetría de las curvas de nivel.

En la figura 3, presentamos los valores de G en función de la longitud de onda λ , calculados sobre la línea vertical centrada en el canal:

$$x = l/2 ; -h/2 < y < h/2$$

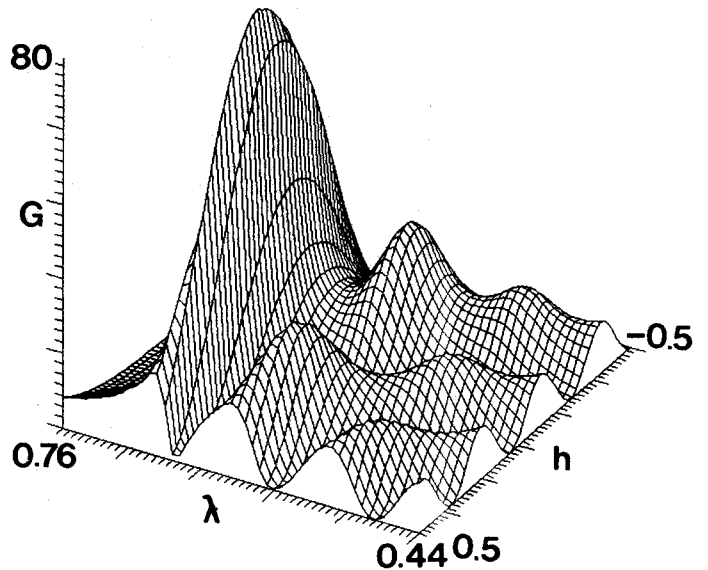


Fig 3. G como función de (λ)
 $l = 0.35$, $h = 1.0$, $m = 0$, $L = 50$

La onda incidente es una Gaussiana muy ancha ($L=50$). podemos considerar esta gráfica como una vista en tres dimensiones de los resultados reportados en Fig.3 de Ref.[7], para el caso de una red de difracción rectangular, cuando la onda incidente es plana. Observamos que el máximo valor de G es aproximadamente 85.

AGRADECIMIENTOS

Uno de los autores (A.Z.S) agradece el apoyo de CONACYT-MEXICO, y el otro (O.M.M) el apoyo de COFAA-IPN. También agradecemos a R. Fajardo Castañeda, del Centro de Cómputo de Ciencias Básicas de la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, por las facilidades de material y equipo, prestadas a la elaboración de los programas computacionales.

* BECARIO DE COFAA-IPN

REFERENCIAS

1. R.Ruppin, Solid State Commun. 39,903 (1981).
2. D.L.Mills and M.Weber, Phys.Rev.B26, 1075(1982).
3. M.Weber and D.L.Mills,Phys.Rev.B27, 2698(1983).
4. P.Sheng, R.Stepleman, and P.Sanda, Phys.Rev.B26,2907(1982).
5. N.Glass, A.Maradudin, and V.Celli, J.Opt.Soc.Am.73,1240(1983).
6. O.Mata-Méndez,Phys.Rev.B37,8182(1988).
7. A.Wirgin and A.A.Maradudin, Phys.Rev. B31.5573(1985).
8. Takato Kudou, Mitsihiro Yokota, and Otozo Fukumitsu, J.Opt.Soc.Am.A6, 718(1991).