

**DISPERSION DE LUZ POR UNA PELICULA EN CONTACTO CON UN MEDIO  
DIELECTRICO MODULADO**

Xóchitl I. Saldafia .

Instituto de Física, Universidad Autónoma de Puebla,  
Apartado Postal J-48, Puebla 72570-México .

G.H.Cocoletzi .

Departamento de Semiconductores, Instituto de Ciencias,  
Universidad Autónoma de Puebla, Apartado Postal 1651, Puebla  
72000-México .

G.González de la Cruz\*

Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto  
Politécnico Nacional, Unidad Profesional Adolfo López Mateos  
Edif. 9, C.P. 07738 México, D.F. México

L. Dobrzynski

CNRS, Unité de Physique, Université des Sciences et Techniques  
de Lille, F-59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France .

Presentamos un estudio de los modos del polaritón en la interfase entre una película y un modo dieléctrico modulado semiinfinito usando la "teoría modal" desarrollada recientemente. Se calcula la reflectancia y la relación de dispersión del polaritón. Consideramos radiación electromagnética de polarización p propagándose en el sistema.

### INTRODUCCION

Recientemente han recibido considerable atención problemas interesantes de física tales como la dispersión de luz por emparrillados y por superficies de medios dieléctricos modulados. Una razón de la importancia de tales temas es que en la vecindad de las superficies se observa un aumento de la amplitud de la luz dispersada debido a la excitación del polaritón de superficie.

Existen varias publicaciones sobre el tema. Por ejemplo, Crego y Rustgi [1] y Cavalcante et al. [2] han estudiado una superficie de multicapa de rugosidad periódica, en este caso se calculó la reflectancia de la luz incidente de polarización p, usando la aproximación de Rayleigh-Fano y los resultados fueron interpretados como la excitación de un polaritón de superficie.

No se han estudiado solo medios modulados semiinfinitos [3,4] sino también placas. En una publicación reciente, Glass y Maradudin [3] estudiaron una superficie plana de un medio dieléctrico modulado periódicamente. Ellos usaron la "teoría modal" desarrollada por Burckhardt [6] para calcular la reflectancia de la luz y

la relación de dispersión de los modos de superficie. Para excitar polaritones de superficie se asumió que la constante dieléctrica promedio del medio modulado era negativa.

En este trabajo presentamos un estudio de la dispersión de la luz desde una película de ancho variable en contacto con un substrato modulado, estos sistemas son de interés en el área de optoelectrónica. Calculamos la amplitud de la luz reflejada de polarización p y la relación de dispersión de los polaritones de superficie. El método usado fue el desarrollado por Burckhardt [6] y aplicado recientemente al estudio de semiespacios modulados por Glass y Maradudin [3].

### TEORIA

Consideremos una película dieléctrica de ancho  $d$  y constante dieléctrica  $\epsilon$ , independiente de la frecuencia, en contacto con un medio dieléctrico modulado semiinfinito caracterizado por una función dieléctrica periódica y dependiente de la frecuencia, Fig. 1

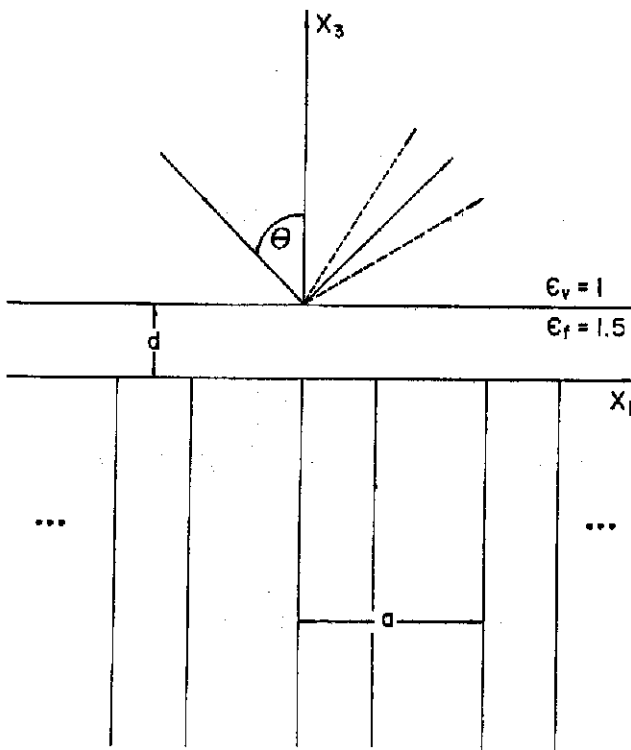


Fig.1 El sistema considerado.

$$\epsilon(x_1+a|\omega) = \epsilon(x_1|\omega) \quad (1)$$

La interfase está en  $x_3 = 0$ , el medio semiinfinito llena el espacio  $x_3 < 0$ , el vacío ocupa la región  $x_3 > d$ , y la película está en la región  $0 \leq x_3 \leq d$ . Consideramos el plano  $x_1-x_3$  como el plano de incidencia y tomamos la luz de polarización  $p$ .

Para los detalles del formalismo matemático, recomendamos leer la referencia [3]. Para modos de polarización  $p$  los campos eléctricos y magnéticos, tienen las componentes  $\vec{E}(\vec{x}, t) = (E_1, 0, E_3)e^{-i\omega t}$  y  $\vec{H}(\vec{x}, t) = (0, H_2, 0)e^{-i\omega t}$  respectivamente. La solución de la ecuación de onda electromagnéticas para los tres diferentes medios puede ser escrita como:

En la región del vacío

$$H_2^v(x_1, x_3|\omega) = H_2^i(x_1, x_3|\omega) + H_2^r(x_1, x_3|\omega) \quad (2)$$

con

$$H_2^i(x_1, x_3|\omega) = \exp[ikx_1 - i\alpha_{ov}(k, \omega)x_3] \quad (3a)$$

$$H_2^r(x_1, x_3|\omega) =$$

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} R_p(k, \omega) \exp[ik_p x_1 + i\alpha_{pv}(k, \omega)x_3] \quad (3b)$$

$$H_2^f(x_1, x_3|\omega) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \exp[ik_p x_1] \times [H_f^-(x_3|\omega) + H_f^+(x_3|\omega)] \quad (4)$$

donde

$$H_f^-(x_3|\omega) = S_p^-(k, \omega) \exp[-i\alpha_{pf}(k, \omega)x_3] \quad (5a)$$

$$H_f^+(x_3|\omega) = S_p^+(k, \omega) \exp[i\alpha_{pf}(k, \omega)x_3] \quad (5b)$$

y en el medio modulado

$$H_2^m(x_1, x_3|\omega) = \sum_{\Lambda_n} A_{\Lambda_n} \exp[-i\Lambda_n x_3] \times \sum_{p=-\infty}^{\infty} T_p(\Lambda_n|k\omega) \exp[ik_p x_1] \quad (6)$$

en donde  $k = \omega \sin(\theta)/c$ ,

$$k_p = k + 2\pi p/a, \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\alpha_{pj} = \begin{cases} [\epsilon_j \omega^2 / c^2 - k_p^2]^{1/2} & k_p^2 < \epsilon_j \omega^2 / c^2 \\ i[k_p^2 - \epsilon_j \omega^2 / c^2]^{1/2} & k_p^2 > \epsilon_j \omega^2 / c^2 \end{cases} \quad (7)$$

con  $j = r, f$ ,  $\text{Re}(\Lambda_n) > 0$  e  $\text{Im}(\Lambda_n) > 0$ .  $\Lambda_n$  con  $n=1, 2, \dots$  son la componente  $z$  de los vectores de onda que viajan dentro del modo modulado, esto es  $z < 0$  y  $A_{\Lambda_n}$  son los coeficientes dependientes de  $\Lambda_n$  que describen al campo  $H_2^m$  y a los coeficientes  $R_p$  que dependen de  $n$ .

Aplicamos ahora las condiciones a la frontera en las superficies de la película, estas condiciones son:

$$H_2^v|_{x_3=d} = H_2^f|_{x_3=d} \quad (8a)$$

$$\frac{1}{\epsilon_v} \frac{\partial H_2^v}{\partial x_3} \Big|_{x_3=d} = \frac{1}{\epsilon_f} \frac{\partial H_2^f}{\partial x_3} \Big|_{x_3=d} \quad (8b)$$

$$H_2^f|_{x_3=0} = H_2^m|_{x_3=0} \quad (9a)$$

$$\left. \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial H_z^2}{\partial x_3} \right|_{x_3=0} = \left. \frac{1}{\epsilon(x_1|\omega)} \frac{\partial H_z^2}{\partial x_3} \right|_{x_3=0} \quad (9b)$$

Usando las ecuaciones (8-9) y siguiendo el procedimiento mostrado en la referencia [3] podemos encontrar

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} M_{r,p}(k,\omega) T_p(\Lambda|k\omega) = \Lambda^2 T_r(\Lambda|k\omega) \quad (10)$$

con  $r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

y

$$M_{r,p} = \hat{e}_{r-p}(\omega) \omega^2/c^2 - i \hat{f}_{r-p}(\omega) k_p - k_r^2 \delta_{r,p} \quad (11)$$

en donde  $\hat{e}_{r-p}(\omega)$  y  $\hat{f}_{r-p}(\omega)$  son transformadas de Fourier de  $\epsilon(x_1|\omega)$  y  $\epsilon'(x_1|\omega)/\epsilon(x_1|\omega)$ , respectivamente

$$\epsilon(x_1|\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{e}_n(\omega) \exp[12\pi n x_1/a] \quad (12)$$

$$\frac{\epsilon'(x_1|\omega)}{\epsilon(x_1|\omega)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}_n(\omega) \exp[12\pi n x_1/a] \quad (13)$$

Se usan los eigenvalores  $\Lambda^2$  y eigenvectores  $T_r$  de la ecuación (10) para calcular los coeficientes  $R_p$ . El procedimiento para encontrar  $R_p$  es similar al presentado en la referencia [3]. El resultado es:

$$R_p = B \sum_{\Lambda_n} A_{\Lambda_n} T_p(\Lambda_n|k\omega) - \delta_{p,0} C \quad (14)$$

en donde

$$B = 2\alpha_{p,r} \exp[-i\alpha_{p,v}d]/D \quad (15a)$$

$$C = \exp[-2i\alpha_{p,v}d] \left\{ 1 + 4i\alpha_{p,v} \epsilon_r \sin(\alpha_{p,r})/\epsilon_v D \right\} \quad (15b)$$

$$D = \exp[-i\alpha_{p,r}d] \left\{ \epsilon_r \alpha_{p,v}/\epsilon_v + \alpha_{p,r} \right\} - \exp[i\alpha_{p,r}d] \left\{ \epsilon_r \alpha_{p,v}/\epsilon_v - \alpha_{p,r} \right\} \quad (15c)$$

Los coeficientes  $A_{\Lambda_n}$  se pueden encontrar de las ecuaciones de las condiciones a la frontera y de las expresiones (2-6). La ecuación que satisface  $A_{\Lambda_n}$  se puede escribir en la forma:

$$\sum_{\Lambda_n} \left[ \epsilon_r \Lambda_n T_r(\Lambda_n|k\omega) + \sum_{p=-\infty}^{\infty} F_{r-p,p}(k\omega) \right] A_{\Lambda_n} = G_{r,0}(k\omega) \quad (16)$$

en donde

$$F_{r-p,p} = \hat{e}_{r-p} \alpha_{p,r} N T_p(\Lambda|k\omega)/D \quad (17a)$$

$$N = \exp[i\alpha_{p,r}d] \left\{ \epsilon_r \alpha_{p,v}/\epsilon_v - \alpha_{p,r} \right\} + \exp[-i\alpha_{p,r}d] \left\{ \epsilon_r \alpha_{p,v}/\epsilon_v + \alpha_{p,r} \right\} \quad (17b)$$

y

$$G_{r,0} = 4\hat{e}_r \alpha_{0,r} \alpha_{0,v} \epsilon_r \exp[-i\alpha_{0,v}d]/\epsilon_v D_0 \quad (18)$$

con

$$D_0 = \exp[-i\alpha_{0,r}d] \left\{ \epsilon_r \alpha_{0,v}/\epsilon_v + \alpha_{0,r} \right\} - \exp[i\alpha_{0,r}d] \left\{ \epsilon_r \alpha_{0,v}/\epsilon_v - \alpha_{0,r} \right\}$$

en donde  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

## RESULTADOS Y DISCUSIONES

Esta sección está dedicada al cálculo numérico. Para proceder, presentamos la función dieléctrica según el modelo de Drude (válido para metales y semiconductores dopados como es el presente caso con GaAs) con una modulación periódica en  $x_1$ :

$$\epsilon(x_1|\omega) = b - \left[ \Omega_0^2 + \Omega_1^2 \cos(2\pi x_1/a) \right] / L(x_1) \quad (19)$$

con

$$L(x_1) = \omega(\omega + i\gamma_0) + i\omega\gamma_1 \cos(2\pi x_1/a)$$

en donde  $b = \epsilon_{\infty} + (\epsilon_0 - \epsilon_{\infty}) \omega_T^2 / (\omega_T^2 - \omega^2)$  con valores de los parámetros pertenecientes al GaAs.  $\epsilon = 10.9$ ,  $\epsilon_0 = 12.9$ ,  $\hbar\omega_T = 0.0334$  eV,  $\Omega_0^2 = \epsilon \omega^2$ ,  $\hbar\omega_{p0} = 0.0682$  eV,  $\gamma_0 = 10^{13}$  seg<sup>-1</sup>,  $\Omega_1^2 = v\Omega_0^2$ ,  $\gamma_1 = v\gamma_0$ ,  $v = 0.25$  a = 25.0  $\mu\text{m}$ . Para la película tomamos una constante dieléctrica independiente de la frecuencia  $\epsilon_r = 1.5$ .

En este caso, el parámetro,  $0.0 \leq v \leq 1.0$  nos indica que tan grande es la modulación dependiente de  $x_1$ . Valores muy grandes de  $v$  pueden introducir divergencias en el cálculo numérico. El parámetro  $a$  se elige de tal modo se pueda tener  $\lambda = 2\pi c/\omega \approx a$  en el rango de energías en que se hacen los cálculos.

Para nuestro cálculo numérico, aun cuando la ecuación matricial (10) es infinita, nosotros la cortamos y resolvemos

numéricamente una ecuación matricial de  $5 \times 5$  pues se obtiene una buena convergencia de los valores de los eigenvectores y eigenvalores, los coeficientes  $A_n$  y entonces  $R_p$ . Ponemos nuestra atención en el caso especular, esto es,  $p = 0$ . El procedimiento de los cálculos por computadora se describe también en la referencia [3].

La Fig. 1 muestra el sistema estudiado. La Fig. 2 muestra la relación de dispersión de los modos del polaritón de interfase obtenida de los mínimos de la reflectancia. Elegimos tres anchos diferentes de la película  $d/a = .1, 0.5$  y  $1.0$ . Se observa que al aumentar el ancho de la película la curva se corre hacia valores más altos de la componente del vector de onda  $k$ .

Para mostrar el comportamiento de los mínimos de la reflectancia como función de  $k$  presentamos en Fig. 3 la relación de dispersión de los modos del polaritón para un ancho de la película  $d/a = 0.1$  e insertos de la reflectancia para dos energías diferentes de la luz incidente. Se encuentra que los mínimos se ensanchan al aumentar la energía de la luz incidente lo que significa que el polaritón de interfase desaparece. La Fig. 4 muestra curvas similares para un ancho de la película  $d/a = 0.5$  y el mismo comportamiento que en la Fig. 3.

Hemos presentado un estudio de los modos del polaritón en la interfase entre una película y un medio dieléctrico modulado semiinfinito usando la 'teoría modal' desarrollada recientemente para calcular la reflectancia y la relación de dispersión del polaritón. Consideramos luz de polarización  $p$  propagándose en el sistema.

Los resultados de la relación de dispersión de los modos de interfase para una película de constante dieléctrica  $\epsilon_f = 1.5$  y GaAs dopado de manera modulada muestran que las curvas se corren a valores de  $k$  mayores al aumentar el ancho de la película, esto se debe a que la película dieléctrica de ancho  $d$  se polariza por la oscilación de las cargas del medio activo modulado (ver referencia [7]). Los mínimos de la reflectancia evolucionan de tal forma que para energías bajas de la luz incidente el espectro es estrecho pero se ensancha al aumentar la energía resultando en la pérdida de los modos del polaritón. Vemos que los modos de polaritón excitados no desaparecen, sino que se corren a valores más altos de  $k$ , esto puede significar la posibilidad de controlar la excitación de los modos del polaritón en esta clase de interfaces controlando el ancho de la película.

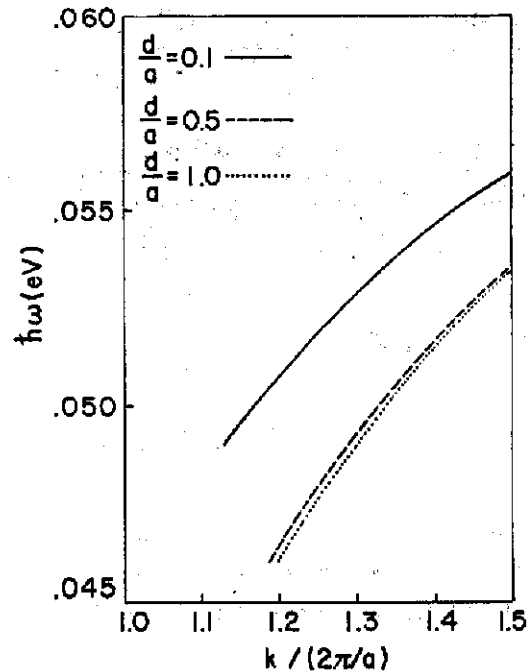


Fig.2 Relación de dispersión de los polaritones de superficie en GaAs con una energía de plasmon de volumen  $\hbar\omega_{p0} = 0.0682$  eV y valores de la cantidad  $d/a = 0.1, 0.5, 1.0$

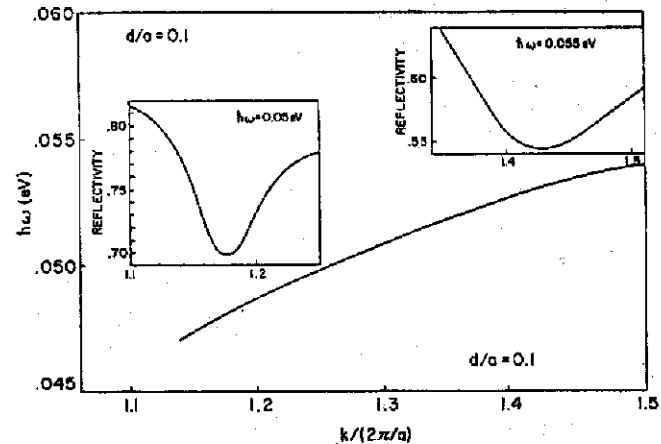


Fig.3 Relación de dispersión de polaritones de superficie para  $d/a = 0.1$  con insertos de la reflectividad como función de  $k/(2\pi/a)$  y energías  $\hbar\omega = 0.05$  eV y  $0.055$  eV.

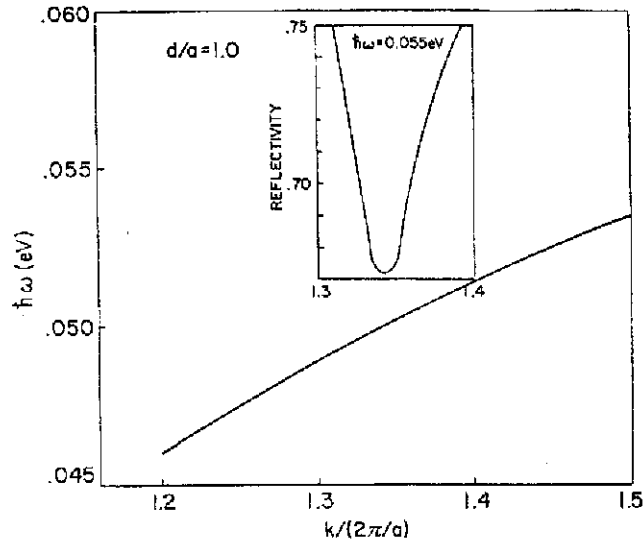


Fig.4 Relación de dispersión de polaritones de superficie con  $d/a = 1.0$  y reflectividad para  $\hbar\omega = 0.05\text{eV}$ .

#### REFERENCIAS

1. C.R. Crego y M.L. Rustgi, *J. Opt. Soc. Am. B* Vol. 7, 877 (1990).
  2. M.G. Cavalcante, G.A. Farias y A.A. Maradudin, *J. Opt. Soc. Am.* Vol. 4, 1372 (1987)
  3. N.E. Glass y A.A. Maradudin, *Phys. Rev. B*, Vol. 29, 1840 (1984).
  4. T. Tamir y H.C. Wang, *Can. J. Phys.*, Vol. 44, 2073 (1966).
  5. T.K. Gaylor y M.G. Moharan, *Appl. Phys. B*, Vol. 28, 1 (1982).
  6. C.B. Burckhardt, *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 56, 1502 (1966).
  7. H. Raether, *Surface Plasmon on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*, Springer Tracts in Modern Physics Vol. 111 Cap. 2 (1988).
- \* Dirección permanente Departamento de Física CINVESTAV-IPN, Apdo. Postal 14-740, 07000 México, D.F..